JEAN-PIERRE
BLANGER

TOME 1

MODELES PRATIQUES DE DECISION

PROGRAMMES EN BASIC



EDITIONS DU P.S.I.



PROGRAMMES

MODELES PRATIQUES DE DECISION

Collection Langages

Le langage ADA - Daniel-Jean David
Programmer en APL - Daniel-Jean David
Programmer en Assembleur - Alain Pinaud
Programmer en BASIC - Michel Plouin
Le BASIC et ses fichiers - Tomes 1 et 2 - Jacques Boisgontier
Programmer en Fortran - Daniel-Jean David
Programmer en L.S.E. - Stéphane Berche et Yves Noyelle
Programmer en PASCAL - Daniel-Jean David et Jean-Luc Deschamps
Comment programmer - Jean-Claude Barbance
Comprendre les microprocesseurs - Roland Dubois

Collection Matériels

La découverte de l'Applesoft - Tome 1 - Frédéric Lévy et Dominique Schraen
La découverte de l'Applesoft - Tome 2 - Frédéric Lévy
La pratique de l'Apple II - Volumes I et II - Nicole Bréaud-Pouliquen
La pratique de l'Apple II - Volume III - Nicole Bréaud-Pouliquen et Daniel-Jean David
La pratique du LX-500 - Alain Séméteys et Francis Vasse
La pratique du MZ 80-K - Jean-Pierre Lhoir
La découverte du PC-1211 - Jean-Pierre Richard
La découverte du PET/CBM - Daniel-Jean David
La pratique du PET/CBM - Volumes I et II - Daniel-Jean David
La pratique du TRS-80 - Volumes I, II et III - Pierre Giraud et Alain Pinaud
La découverte de le TI-57 - Xavier de La Tullaye
La découverte du VIC - Daniel-Jean David

Collection Guides Pratiques

La réalisation des programmes - Michel Benelfoul
Méthodes de calcul numérique - Claude Nowakowski

Collection Programmes

Jeux, trucs et comptes pour PET/CBM - Michel Benelfoul
Mathématiques et statistiques - Hervé Haut
Modèles pratiques de décision - Jean-Pierre Blanger
Récréations pour TI-57 - Jacques Deconchat
Variations pour PC-1211 - Jezn-François Sehan

Collection Mémentos

Clefs pour le CBM - Daniel-Jean David

Traductions

Les graphiques sur TRS-80 - Don Inman traduit par Alain Pinaud
Le petit livre du ZX-81 - Trevor Toms traduit par Jean-Pierre Richard

INITIATION

VISA POUR L'INFORMATIQUE - Jean-Michel Jégo
MON ORDINATEUR - Jean-Claude Barbance

ISBN : 2-86595-034-4

Imprimé en France

JEAN-PIERRE
BLANGER

MODELES PRATIQUES DE DECISION



Editions du P.S.I.
41-45, rue Jacquard
77400 Lagny/Marne

Jean-Pierre BLANGER *est élève ingénieur à l'ESIEA l'Ecole Supérieure d'Informatique Electronique Automatisme, où il a découvert la Recherche Opérationnelle.*

Après avoir présenté, à diverses occasions, la micro-informatique en entreprise, écrit quelques articles dans des revues spécialisées et travaillé sur de nombreux systèmes (MATRA, HP, ALTOS, MOSTEK) sa passion l'amène aujourd'hui à vous proposer cet ouvrage.

L'auteur tient à témoigner sa gratitude à ses parents et exprime ses remerciements à M. Benelfoul, M. Sutz, M. Longchamp, Mme Mouat et en particulier à Etienne Buillère pour l'aide directe ou indirecte qu'ils lui ont apportée.

S O M M A I R E

P R E S E N T A T I O N

Qu'est-ce que la recherche opérationnelle ?

La recherche opérationnelle est l'auxiliaire de la décision humaine. Créée pour les opérations militaires, elle constitue un ensemble de techniques rationnelles d'analyse du contexte de la prise de décision permettant de décomposer des problèmes complexes en problèmes plus simples.

Aujourd'hui, et ceci depuis plusieurs années, la recherche opérationnelle prend une importance croissante dans les décisions économiques et dans les problèmes d'organisation en tentant une approche de la prise de décision automatique.

Lorsqu'on analyse une décision, on constate que le décideur doit faire face à deux problèmes principaux :

- *1er problème : Faut-il s'informer davantage ou est-on en mesure de décider maintenant ?*
- *2e problème : Quelles décisions vont permettre de restreindre le domaine d'investigation ?*

C'est à ces deux problèmes que les modèles pratiques de décision, présentés dans ce livre, se proposent d'apporter une solution.

Hier, la recherche opérationnelle était un travail de spécialiste car elle nécessite de nombreux calculs qui sont souvent répétitifs et qui demandent beaucoup de temps.

Aujourd'hui, le nombre croissant des micro-ordinateurs en service permet de vulgariser les diverses techniques décisionnelles proposées par la recherche opérationnelle. Et, même si tous les paramètres influant sur une décision ne peuvent être pris en compte, et si décider n'est pas forcément une activité rationnelle, chaque modèle doit constituer une aide efficace à la prise de décision quel que soit le contexte.

Les modèles pratiques de décision

Chaque modèle est présenté conformément au plan suivant.

Types de problèmes

Cette première partie permet de préciser les domaines d'application du modèle.

Le modèle

On précise dans ce paragraphe les modalités d'application du modèle et éventuellement son mode de fonctionnement.

Exemple d'utilisation

Cette partie, comportant la résolution complète d'un problème, constitue le complément d'information indispensable à la compréhension du modèle.

Le programme

Ce dernier paragraphe contient l'information utile à l'intégration des programmes proposés, dans de plus grands systèmes. Il faut d'ailleurs noter que ceci est aussi rendu possible par l'utilisation d'un basic standard ne nécessitant que de légères modifications lors d'un changement de matériel.

CHAPITRE I

DECISION EN ETAT D'IGNORANCE

Les modèles de décision en état d'ignorance proposent un certain nombre de critères de décision qui supposent la connaissance des événements ayant une influence sur les gains associés aux stratégies qu'il s'agit de départager.

Les critères de Wald, de Laplace, de Savage, d'Optimiste et de Hurwicz que nous allons voir, permettront alors une approche décisionnelle efficace face à la situation d'ignorance.

CRITERES DE WALD, LAPLACE, SAVAGE, OPTIMISME

TYPES DE PROBLEMES

Les différents critères, que nous nous proposons d'appliquer ici, supposent que nous nous trouvions en état de complète incertitude ou encore, en état d'ignorance. Ceci suppose que nous n'ayons absolument aucun renseignements sur les différentes probabilités d'occurrence des évènements qui jouent un rôle important dans le modèle comme nous le verrons par la suite.

Nous serons alors en mesure de décider, par exemple :

- d'un nombre d'unités à acquérir
- d'un nombre d'unités à stocker
- d'un nombre d'unités à vendre
- d'un nombre d'unités à produire
- du prix de vente d'un produit en concurrence
- du prix de vente d'un produit à lancer
- d'un niveau de production
- du coût d'une fabrication
- ... etc.

LE MODELE

Evénements, stratégies

Pour permettre la mise en oeuvre de critères, le décideur devra définir des stratégies ou des solutions au problème qu'il se pose et envisager les différents événements susceptibles d'exercer une influence notable sur les résultats de ces stratégies.

Ensuite, il devra être en mesure d'associer à chaque couple, stratégie-événement, un résultat dit : résultat conditionnel.

Le regroupement de ces données permettra enfin d'établir le tableau des résultats conditionnels qui constituera le point de départ de l'application informatique.

Critères

Disposant de toutes les combinaisons possibles entre les différentes stratégies envisagées et les différents événements possibles, le décideur a le choix entre plusieurs critères de décision.

Critère de Wald ou de pessimisme : il consiste à considérer comme optimale, la stratégie qui correspond au résultat conditionnel minimal le plus grand, parmi les résultats conditionnels minima des différentes stratégies ; c'est la recherche du MAXIMIN. Le décideur considère en fait que la nature lui sera hostile après le choix de la stratégie optimale.

Critère d'optimisme : Il consiste à considérer comme optimale, la stratégie qui correspond au plus grand résultat conditionnel possible ; c'est la recherche du MAXIMAX. Le décideur considère, ici, que la nature lui sera favorable après le choix de la stratégie optimale et il préfère s'assurer un profit maximum. Il ne se préoccupe pas de savoir s'il peut prendre le risque de ne gagner que le minimum du cas le plus défavorable, offert par son choix. Il faut noter, que dans ce cas précis, l'utilité de l'argent ne correspond pas à son montant.

Critère de Laplace ou de la moyenne :

Il consiste à considérer, comme optimale la stratégie correspondant au résultat conditionnel moyen le plus grand. Ce critère est séduisant car il tient compte relativement à une stratégie de tous les événements. Néanmoins son application supposant l'équiprobabilité de tous les événements, ce qui n'est que très rarement vérifié, il prend souvent tout son intérêt.

Critère de Savage ou du regret minimum.

Il consiste à considérer comme optimale, la stratégie correspondant au minimum des regrets maxima des différentes stratégies. Le choix est donc basé sur le regret ressenti par le décideur une fois la décision prise.

L'application de ces critères donne rarement un résultat unique du fait que chacun d'entre-eux attache plus d'importance à certaines caractéristiques, comme l'utilité de l'argent, plutôt qu'à d'autres. En conséquence, le choix du critère oriente systématiquement la décision. Néanmoins, en cas de conflit entre les critères, le décideur peut guider son choix par une comparaison des gains conditionnels minima des stratégies proposées par les critères. Il devra dès lors estimer s'il lui est possible de supporter le risque maximum, c'est-à-dire de ne gagner que le gain minimum de la stratégie envisagée.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Seul sur le marché, il y a encore quelques mois, le rédacteur en chef d'une revue technique sait qu'aujourd'hui il a un sérieux concurrent qui lui fait baisser le nombre des exemplaires vendus chaque mois. Il décide, pour continuer à croître normalement et faire face à la concurrence, d'employer une des trois méthodes suivantes :

- Organiser un concours, ce qui lui paraît être un atout de ventes supplémentaires grâce à la promotion qu'il pourrait apporter ;
- Effectuer un sondage auprès de ses lecteurs afin de cerner leurs souhaits et ainsi de mieux répondre à la demande ;
- Augmenter le nombre de pages de la publication, tout en gardant un prix fixe ; ce qui devrait permettre de toucher un plus large public.

Conscient du fait que, quel que soit son choix final, il s'expose à une riposte immédiate de son concurrent, il pense que celui-ci emploiera aussi l'une des trois méthodes énoncées précédemment. Ceci lui permet, pour chaque stratégie qu'il emploiera, d'estimer le profit qu'il en obtiendra, selon chacune des réactions du concurrent.

Le résultat de ces estimations résumées dans le tableau suivant.

		CONCURRENT		
		CONCOURS	SONDAGE	PAGES
REDACTEUR	CONCOURS	0 F	1 F	- 1 F
	SONDAGE	3 F	0,5 F	1 F
	PAGES	1 F	2 F	2 F

Le problème du rédacteur en chef est maintenant de trouver la stratégie lui offrant le profit maximum, quelle que soit la riposte de la concurrence.

Résolution

- *Formulation*

La résolution de ce problème par applications de critères et à l'aide du programme qui suit, nécessite la saisie du tableau des résultats conditionnels suivant :

		EVENEMENTS		
		E1	E2	E3
STRATEGIES	S1	0	1	- 1
	S2	3	0,5	1
	S3	1	2	2

Comme on le voit, ce tableau est quasiment identique au précédent, seul le vocabulaire, plus adapté au programme, ayant changé.

- *Saisie*

```
              SAISIE DES RESULTATS CONDITIONNELS


NOMBRE DE STRATEGIES POSSIBLES ? 3

NOMBRE D'EVENEMENTS POSSIBLES  ? 3

LES ENTREES SONT SOUS LA FORME SUIVANTE
 EVENEMENT POSSIBLE,STRATEGIE POSSIBLE

RESULTAT DE ( S 1 , E 1 ) ? 0

RESULTAT DE ( S 1 , E 2 ) ? 1

RESULTAT DE ( S 1 , E 3 ) ? -1

RESULTAT DE ( S 2 , E 1 ) ? 3

RESULTAT DE ( S 2 , E 2 ) ? 0.5

RESULTAT DE ( S 2 , E 3 ) ? 1

RESULTAT DE ( S 3 , E 1 ) ? 1

RESULTAT DE ( S 3 , E 2 ) ? 2

RESULTAT DE ( S 3 , E 3 ) ? 2
```

- *Résultat*

```
                DECISION EN ETAT D'IGNORANCE


CRITERE: WALD OU MAXIMIN
         CHOIX DE LA STRATEGIE : 3

CRITERE: OPTIMISME OU MAXIMAX
         CHOIX DE LA STRATEGIE : 2

CRITERE: LAPLACE OU MOYENNE
         CHOIX DE LA STRATEGIE : 3

CRITERE: SAVAGE OU REGRET MINIMAX
         CHOIX DE LA STRATEGIE : 2

READY.
```

Interprétation

On constate que les critères ne permettent pas de dégager une stratégie optimale unique. On peut alors penser que la prise de décision n'a pas progressé.

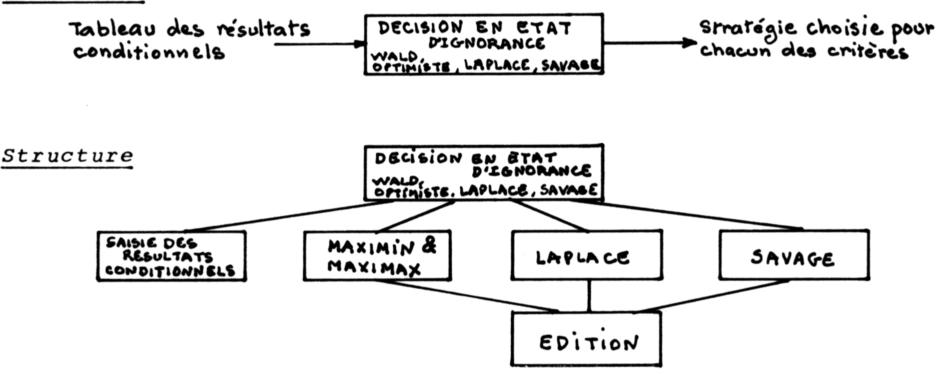
Or, cela est faux, car si le rédacteur est prêt à accepter le risque de ne gagner que 0,50 F (voir tableau initial), dans le cas le plus défavorable, il choisira la stratégie 2 qui consiste à effectuer un sondage.

Dans le cas contraire, il choisira la stratégie 3 qui lui assure un gain minimum de 1F, même si le profit maximum n'est que de 2F au lieu de 3F avec la stratégie 2.

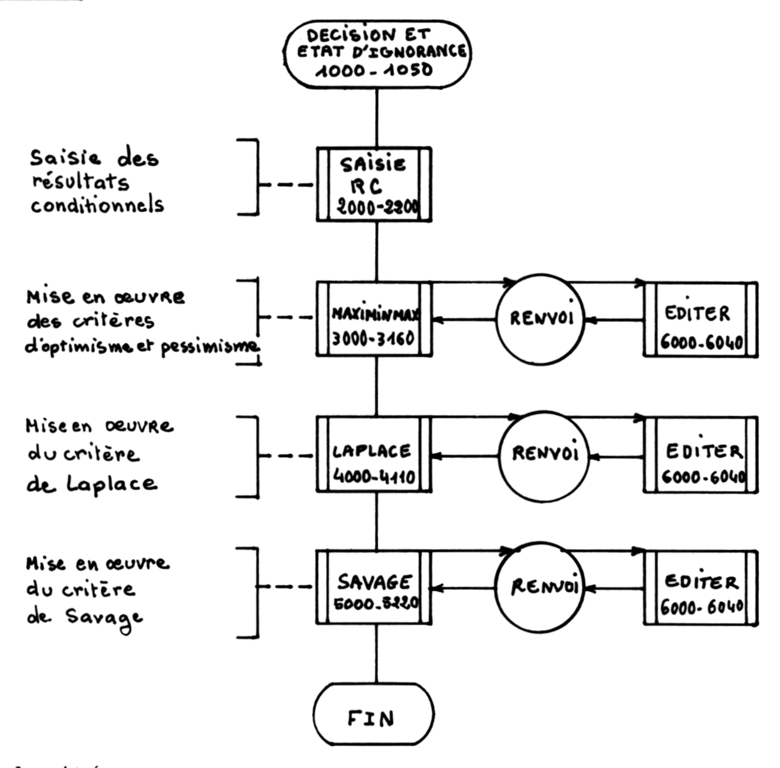
L'aide apportée à la décision est donc véritable.

LE PROGRAMME

Traitement



Organigramme



Particularités

Le programme transforme le tableau des résultats conditionnels en tableau des regrets conditionnels pour rechercher la stratégie optimale selon le critère de Savage. Il en résulte que le tableau des résultats conditionnels ne peut plus être utilisé par d'éventuels développements de la version de base de ce programme, puisqu'il n'existe plus.

Les lignes 3010, 3030, 4010, 5020 et 5100 affectant des valeurs initiales aux variables utilisées lors de la recherche de maxima ou de minima ; il va de soi que si les résultats conditionnels devaient être supérieurs à ces valeurs, il faudrait augmenter l'ordre de grandeur de celles-ci.

```
100 :GOTO 1000
110 *****************************************************
120 *                                                   *
130 *    CRITERES DE WALD,LAPLACE SAVAGE,OPTIMISME      *
140 *    -----------------------------------------      *
150 *                                                   *
160 * LISTE DES VARIABLES :                             *
170 * NS       : NOMBRE DE STRATEGIES POSSIBLES          *
180 * NE       : NOMBRE D'EVENEMENTS POSSIBLES           *
190 * R(I,J)   : RESULTATS CONDITIONNELS                 *
200 * WALD     : RECHERCHE DU MAXIMIN                    *
210 * OPTI     : RECHERCHE DU MAXIMAX                    *
220 * MAX      : PREMIER MAXIMUM DU MAXIMAX              *
230 * MIN      : MINIMUM DU MAXIMIN                      *
240 * W        : INDICE DE LA STRATEGIE MAXIMIN          *
250 * O        : INDICE DE LA STRATEGIE MAXIMAX          *
260 * CR$      : NOM DU CRITERE A EDITER                 *
270 * SG       : NUMERO DE STRATEGIE A EDITER            *
280 * LAP      : RECHERCHE DE LA MOYENNE MAXIMUM         *
290 * SOM      : CALCUL DE LA MOYENNE                    *
300 * SAV      : RECHERCHE STRATEGIE DE SAVAGE           *
310 *                                                   *
320 *****************************************************
330 :
340 :
1000 :REM ------------------------------------------------
1002 :REM *****   DECISION EN ETAT D'IGNORANCE      *****
1004 :REM ------------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * SAISIE RC   *
1020 :GOSUB 3000 * MAXIMINMAX *
1030 :GOSUB 4000 * LAPLACE     *
1040 :GOSUB 5000 * SAVAGE      *
1050 :END:----------- DECISION EN ETAT D'IGNORANCE -----
1060 :
1070 :
2000 :REM ------------------------------------------------
2002 :REM *****             SAISIE RC               *****
2004 :REM ------------------------------------------------
2010 :PRINT CHR$(147)
2020 :PRINT"   SAISIE DES RESULTATS CONDITIONNELS"
2030 :PRINT:PRINT:PRINT
2040 :INPUT"NOMBRE DE STRATEGIES POSSIBLES ";NS
2050 :PRINT
2060 :INPUT"NOMBRE D'EVENEMENTS POSSIBLES  ";NE
2070 :PRINT
2080 :PRINT"LES ENTREES SONT SOUS LA FORME SUIVANTE"
```

```
2090 :PRINT" EVENEMENT POSSIBLE,STRATEGIE POSSIBLE"
2100 :PRINT
2110 :DIM R(NE,NS)
2120 :FOR J=1 TO NS
2130 :  FOR I=1 TO NE
2140 :     PRINT"RESULTAT DE ( S";J;", E";I;") ";
2150 :     INPUT R(I,J):PRINT
2160 :  NEXT I
2170 :NEXT J
2180 :PRINT CHR$(147)
2190 :PRINTTAB(5);"DECISION EN ETAT D'IGNORANCE":PRINT
2200 :RETURN:------------------------------ SAISIE RC -----
2210 :
2220 :
3000 :REM ------------------------------------------------------------
3002 :REM *****                MAXIMINMAX                     *****
3004 :REM ------------------------------------------------------------
3010 :WALD=-999999:OPTI=-999999
3020 :FOR J=1 TO NS
3030 :  MAX(J)=-999999:MIN(J)=999999
3040 :  FOR I=1 TO NE
3050 :     IF R(I,J)>MAX(J) THEN MAX(J)=R(I,J)
3060 :     IF R(I,J)<MIN(J) THEN MIN(J)=R(I,J)
3070 :  NEXT I
3080 :  IF MIN(J)>WALD THEN WALD=MIN(J):W=J
3090 :  IF MAX(J)>OPTI THEN OPTI=MAX(J):O=J
3100 :NEXT J
3110 :REM EDITION
3120 :CR$="WALD OU MAXIMIN":SG=W
3130 :GOSUB 6000 * EDITER *
3140 :CR$="OPTIMISME OU MAXIMAX":SG=O
3150 :GOSUB 6000 ** EDITER **
3160 :RETURN:----------------------------- MAXIMINMAX -----
3170 :
3180 :
4000 :REM ------------------------------------------------------------
4002 :REM *****                  LAPLACE                      *****
4004 :REM ------------------------------------------------------------
4010 :LAP=-999999
4020 :FOR J=1 TO NS
4030 :  FOR I=1 TO NE
4040 :     SOM(J)=SOM(J)+R(I,J)
4050 :  NEXT I
4060 :  SOM(J)=SOM(J)/5
4070 :  IF SOM(J)>LAP THEN LAP=SOM(J):SG=J
4080 :NEXT J
4090 :CR$="LAPLACE OU MOYENNE"
4100 :GOSUB 6000 * EDITER *
4110 :RETURN:--------------------------------- LAPLACE -----
```

```
4120 :
4130 :
5000 :REM ------------------------------------------------------------
5002 :REM *****                    SAVAGE                       *****
5004 :REM ------------------------------------------------------------
5010 :REM MATRICE DES REGRETS
5020 :FOR I=1 TO NE
5030 :  GMAX=-999999
5040 :  FOR J=1 TO NS
5050 :    IF R(I,J)>GMAX THEN GMAX=R(I,J)
5060 :  NEXT J
5070 :  FOR J=1 TO NS
5080 :    R(I,J)=GMAX-R(I,J)
5090 :  NEXT J
5100 :NEXT I
5110 :REM REGRET MINIMAX
5120 :SAV=999999
5130 :FOR J=1 TO NS
5140 :  MAX(J)=-999999
5150 :  FOR I=1 TO NE
5160 :    IF R(I,J)>MAX(J) THEN MAX(J)=R(I,J)
5170 :  NEXT I
5180 :  IF MAX(J)<SAV THEN SAV=MAX(J):SG=J
5190 :NEXT J
5200 :CR$="SAVAGE OU REGRET MINIMAX"
5210 :GOSUB 6000 * EDITER *
5220 :RETURN:--------------------------------------------- SAVAGE ------
5230 :
5240 :
6000 :REM ------------------------------------------------------------
6002 :REM *****                    EDITER                       *****
6004 :REM ------------------------------------------------------------
6010 :PRINT:PRINT
6020 :PRINT"CRITERE: ";CR$
6030 :PRINTTAB(9);"CHOIX DE LA STRATEGIE :";SG
6040 :RETURN:--------------------------------------------- EDITER ------
6050 :
READY.
```

CRITERE DE HURWICZ

TYPES DE PROBLEMES

On trouve les mêmes types de problèmes que pour les critères précédents, cependant, les essais successifs que nécessite ce critère et la subjectivité qui le caractérise permettent de le distinguer comme un cas particulier.

MODELE

Le critère de Hurwicz ne tient compte pour chaque stratégie, que des résultats conditionnels les plus grands et les plus petits qu'il pondère respectivement par un coefficient d'optimisme et un coefficient de pessimisme. Il ne retient ensuite que la stratégie correspondant au résultat obtenu le plus grand après pondération.

Le caractère subjectif mis en cause précédemment tient au fait que le coefficient d'optimisme est estimé par le décideur, qui doit être très attentif à la stabilité du choix imposé par le critère. Il peut vérifier que sa décision correspond à un choix stable en donnant des valeurs successives et rapprochées au coefficient d'optimisme.

Hormis le coefficient d'optimisme qu'il faut estimer, les conditions d'application de ce critère sont les mêmes que pour les autres critères de décision.

EXEMPLE D'EXECUTION

Enoncé

Reprenons l'énoncé du chapitre précédent et, connaissant les stratégies optimales choisies par d'autres critères, voyons comment se comporte le critère de Hurwicz.

Résolution

Cette fois, tous les résultats conditionnels ne sont pas nécessaires car il suffit de saisir les valeurs minimales et maximales, pour chaque stratégie, uniquement.

- *Saisie*

```
                    CRITERE DE HURWICZ


NOTE: CE PROGRAMME PERMET L'ESSAI DE
      PLUSIEURS COEFFICIENTS COMPRIS
      ENTRE 0 ET 1.
      LA VALEUR -1 PERMET D'ARRETER.


NOMBRE DE STRATEGIES ? 3

STRATEGIE N. 1
    GAIN MINIMUM ? -1
    GAIN MAXIMUM ? 1
```

(Critère de Hurwicz suite)

```
STRATEGIE N. 2
    GAIN MINIMUM ? 0.5
    GAIN MAXIMUM ? 3

STRATEGIE N. 3
    GAIN MINIMUM ? 1
    GAIN MAXIMUM ? 2
```

- *Résultats*

```
COEFFICIENT D'OPTIMISME ? .3
COEFFICIENT: .3 => STRATEGIE: 3

COEFFICIENT D'OPTIMISME ? .333
COEFFICIENT: .333 => STRATEGIE: 3

COEFFICIENT D'OPTIMISME ? .334
COEFFICIENT: .334 => STRATEGIE: 2

COEFFICIENT D'OPTIMISME ? .4
COEFFICIENT: .4 => STRATEGIE: 2

COEFFICIENT D'OPTIMISME ? -1

READY.
```

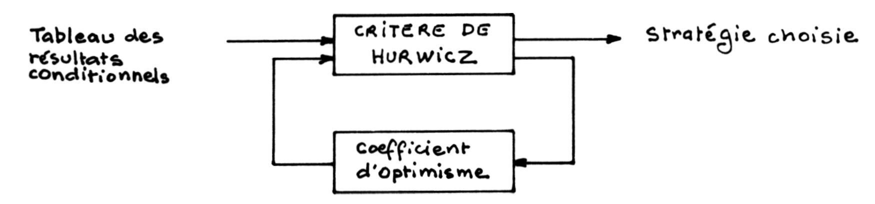
Interprétation

On constate que l'essai successif de plusieurs coefficients d'optimisme met à jour une instabilité du critère autour de la valeur 0,333. On peut donc conclure que si le rédacteur en chef choisit un coefficient d'optimisme faible (coefficient < 0,3) il sera amené à choisir la stratégie 3 alors que s'il fait preuve de beaucoup d'optimisme (coefficient > 0,34) il choisira la stratégie 2.

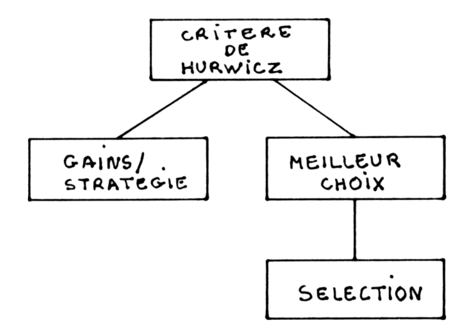
On peut noter que ces résultats sont tout à fait en accord avec ceux obtenus précédemment car, faisant preuve d'optimisme, le rédacteur en chef est prêt à accepter le risque de faire un profit minimum de 0,5 F alors qu'en faisant preuve de pessimisme le profit minimum est ramené à 1 F.

PROGRAMME

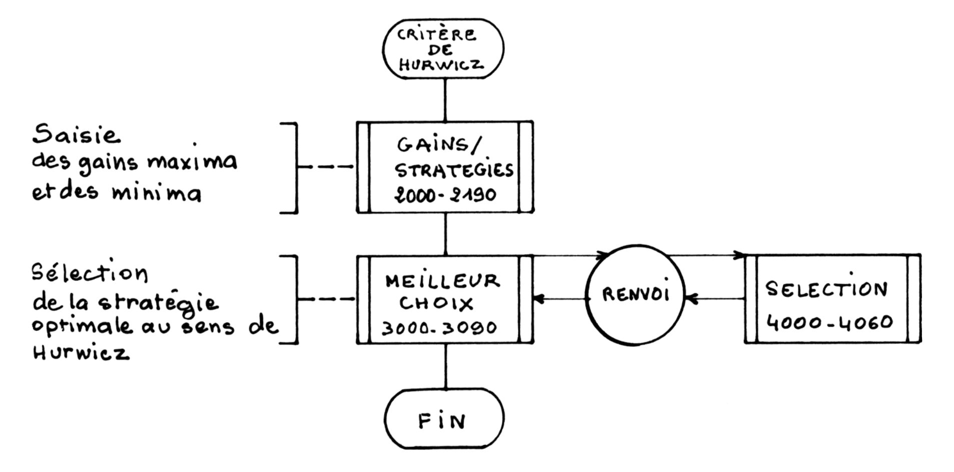
Traitement



Structure



Organigramme



Particularités

Le programme boucle sur une demande de coefficient d'optimisme jusqu'à ce que la valeur -1 soit introduite.

```
100  :GOTO 1000
110  ****************************************************
120  *                                                  *
130  *               CRITERE DE HURWICZ                 *
140  *               ------------------                 *
150  *                                                  *
160  * LISTE DES VARIABLES :                            *
170  * NS       : NOMBRE DE STRATEGIES                  *
180  * MG(NS,3) : MATRICE DES RESULTATS CONDITIONNELS   *
190  * CO       : COEFFICIENT D'OPTIMISME               *
200  * MAX      : RECHERCHE DE LA STRAGIE OPTIMALE      *
210  * S        : INDICE DE STATEGIE OPTIMALE           *
220  *                                                  *
230  ****************************************************
240  :
250  :
1000  :REM ---------------------------------------------------
1002  :REM *****      CRITERE DE HURWICZ              *****
1004  :REM ---------------------------------------------------
1010  :GOSUB 2000 * GAINS/STRATEGIES *
1020  :GOSUB 3000 *  MEILLEUR CHOIX  *
1030  :END:-------------------- CRITERE DE HURWICZ -----
1040  :
1050  :
2000  :REM ---------------------------------------------------
2002  :REM *****          GAINS/STRATEGIES             *****
2004  :REM ---------------------------------------------------
2010  :PRINT CHR$(147)
2020  :PRINTTAB(10);"CRITERE DE HURWICZ"
2030  :PRINT:PRINT:PRINT
2040  :PRINT"NOTE: CE PROGRAMME PERMET L'ESSAI DE"
2050  :PRINT"      PLUSIEURS COEFFICIENTS COMPRIS"
2060  :PRINT"      ENTRE 0 ET 1."
2070  :PRINT"      LA VALEUR -1 PERMET D'ARRETER."
2080  :PRINT:PRINT
2090  :INPUT"NOMBRE DE STRATEGIES ";NS:PRINT
2100  :DIM MG(NS,3)
2110  :FOR I=1 TO NS
2120  :  PRINT"STRATEGIE N.";I
2130  :  INPUT"    GAIN MINIMUM ";MG(I,1)
2140  :  INPUT"    GAIN MAXIMUM ";MG(I,2)
2150  :  PRINT
2160  :NEXT I
2170  :INPUT"COEFFICIENT D'OPTIMISME ";CO
2180  :IF CO<0 OR CO>1 THEN 2170
2190  :RETURN:------------------ GAINS/STRATEGIES -----
```

```
 2200 :
 2210 :
 3000 :REM -----------------------------------------------------------------
 3002 :REM *****                     MEILLEUR CHOIX                    *****
 3004 :REM -----------------------------------------------------------------
 3010 :FOR I=1 TO NS
 3020 :   MG(I,3)=CO*MG(I,2)+(1-CO)*MG(I,1)
 3030 :NEXT I
 3040 :GOSUB 4000 * SELECTION *
 3050 :PRINT
 3060 :INPUT"COEFFICIENT D'OPTIMISME ";CO
 3070 :IF (CO<0 OR CO>1) AND CO<>-1 THEN 3060
 3080 :IF CO<>-1 THEN 3010
 3090 :RETURN:--------------------- MEILLEUR CHOIX -----
 3100 :
 3110 :
 4000 :REM -----------------------------------------------------------------
 4002 :REM *****                      SELECTION                        *****
 4004 :REM -----------------------------------------------------------------
 4010 :MAX=-999999
 4020 :FOR I=1 TO NS
 4030 :   IF MG(I,3)>MAX THEN MAX=MG(I,3):S=I
 4040 :NEXT I
 4050 :PRINT"COEFFICIENT:";CO;"=> STRATEGIE:";S
 4060 :RETURN:--------------------------- SELECTION -----
 4070 :
READY.
```

CHAPITRE II

DECISION EN ETAT DE CERTITUDE

Les modèles de décision en état de certitude nécessitent la connaissance parfaite des différentes stratégies mises en concurrence.

Le décideur devra donc, pour utiliser les modèles pratiques de décision qui suivent (modèle comparatif, programmation dynamique du certain), réunir des informations complètes relatives aux stratégies.

MODELE COMPARATIF

TYPES DE PROBLEMES

Le nombre de problèmes à traiter par le modèle comparatif est illimité car il suffit en fait, de définir des objectifs obligatoires et souhaitables concernant la stratégie que l'on désire sélectionner. Le modèle guide ensuite le décideur jusqu'à la décision finale par une série de comparaisons successives. On peut ainsi décider :

- de l'achat d'un équipement
- du choix d'un investissement
- du choix d'un produit
- du choix d'une politique à suivre.

En fait, on traite tous les problèmes faisant intervenir plusieurs critères de choix ou de sélection.

LE MODELE

Le problème posé au modèle comparatif de décision, consiste à faire le choix de la meilleure stratégie parmi un ensemble de stratégies ayant chacune leurs caractéristiques propres. Pour cela, on définit une série d'objectifs à atteindre obligatoirement qui permettent déjà d'éliminer les stratégies dont les caractéristiques ne conviennent pas à ces normes obligatoires.

Ensuite, on établit une liste d'objectifs que l'on souhaiterait voir réalisés. Ces objectifs souhaitables vont alors être comparés les uns par rapport aux autres, afin de déterminer leurs importances relatives qui joueront le rôle de poids de pondération lors des comparaisons ultérieures.

Ayant pondéré chaque objectif souhaitable, le modèle propose de comparer chaque stratégie par rapport aux autres, relativement à un objectif souhaitable. Ceci permet d'attribuer à chaque stratégie une valeur pondérée par chaque objectif souhaité et correspondant à l'importance qu'elle a vis-à-vis de tous les objectifs réunis.

Le modèle considère ensuite que la stratégie optimale est celle qui a obtenu la valeur la plus élevée lors des comparaisons relatives aux objectifs souhaités.

Le programme qui suit, propose en fait deux modèles qui diffèrent uniquement par l'échelle de comparaison dont on dispose.

Le modèle à méthodologie binaire : Il consiste, lors d'une comparaison, à accorder une préférence de 100 % à l'élément préféré. Il ne permet donc aucune nuance de la part du décideur.

Le modèle à méthodologie somme constante : A l'inverse de la méthodologie binaire, ce modèle laisse au décideur la liberté de nuancer les différentes comparaisons. Il permet en effet, d'attribuer une préférence comprise entre 0 et 100 % qui fait intervenir une part de subjectivité modulée à la prise de décision finale.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Une société, ou encore un particulier, désirent faire l'acquisition d'un micro-ordinateur. N'ayant pas fait un choix précis sur la marque de l'appareil, le décideur préfère tenir compte des besoins à satisfaire et des contraintes qui lui sont imposées plutôt que de prendre une décision subjective.

Il sait, par exemple que son budget ne pourrait en aucun cas dépasser un montant de 20 000 F et que les applications informatiques qu'il veut traiter nécessitent une capacité mémoire minimale de 16 Ko.

D'autre part, il a conscience que le logiciel dont il a besoin, coûte aussi très cher et il aimerait que le prix du micro-ordinateur soit le plus bas possible. Il n'ignore pas non plus qu'un logiciel sophistiqué nécessite la plus grande capacité possible.

Enfin, prévoyant d'utiliser son matériel nouveau en traitement de texte, le décideur attache une grande importance au fait d'avoir un clavier AZERTY et un écran vert sur la version de base.

Ayant ainsi défini les objectifs à atteindre, le décideur fait appel à un spécialiste qui lui propose quatre types d'appareils dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau suivant :

		STRATEGIES			
		Micro-ordinateur 1	Micro-ordinateur 2	Micro-ordinateur 3	Micro-ordinateur 4
CARACTERISTIQUES	PRIX	19 800 F	17 000 F	15 000 F	19 000 F
	MEMOIRE	16 Ko	8 Ko	16 Ko	32 Ko
	CLAVIER	QWERTY	AZERTY	AZERTY	QWERTY
	ECRAN	vert	noir et b.	noir et b.	vert

Le problème du décideur est maintenant de choisir l'appareil le mieux adapté à ses exigences. Pour cela il sait que le modèle comparatif de décision est très bien adapté, aussi décide-t-il de l'employer pour faire son choix.

Résolution

Dans une première étape, il s'agit de définir les objectifs obligatoires et souhaitables. Ces derniers étant clairement exposés par le décideur, on peut les classer comme suit :

- Objectifs obligatoires :
  1. Prix inférieur à 20 000 F
  2. Capacité mémoire supérieure à 16 Ko
- Objectifs souhaitables :
  1. Prix le plus bas possible
  2. Mémoire la plus étendue possible
  3. Clavier AZERTY
  4. Ecran vert.

On constate tout de suite que les objectifs obligatoires provoquent l'élimination du micro-ordinateur 2 car sa capacité mémoire est inférieure au minimum exigé.

Ayant effectué cette élimination préliminaire, il s'agit maintenant de comparer aux objectifs les trois micro-ordinateurs suivants :

	STRATEGIE 1	STRATEGIE 2	STRATEGIE 3
	Micro-ordinateur 1	Micro-ordinateur 2	Micro-ordinateur 3
01 PRIX	19 800 F	15 000 F	19 000 F
02 MEMOIRE	16 Ko	16 Ko	32 Ko
03 CLAVIER	QWERTY	AZERTY	QWERTY
04 ECRAN	vert	noir et b.	vert

Pour cela utilisons le programme informatique.

Résolutions par la méthodologie somme constante

- *Exemple de saisie*

Préférant donner plus d'importance à l'objectif souhaitable numéro 2, c'est-à-dire à la capacité mémoire, plutôt qu'à l'objectif souhaitable numéro 1, c'est-à-dire au pire le décideur pourra introduire les valeurs suivantes :

2 pour le choix
0,6 pour l'importance (60 %)

ou encore 1 pour le choix
0,4 pour l'importance (40 %)

et, ainsi de suite pour toutes les comparaisons demandées.

- *Saisie*

```
            DECISION EN ETAT DE CERTITUDE

                  -MODELE COMPARATIF-


     NOMBRE D'OBJECTIFS SOUHAITABLES ? 4

     NOMBRE DE STRATEGIES ? 3

     UTILISEZ-VOUS LA METHODOLOGIE
           SOMME CONSTANTE ?
               (O-N) ? O
```

```
      COMPARAISON DES STRATEGIES
             PAR OBJECTIF


OBJECTIF 1

     1 -> 2
CHOIX        ? 2
IMPORTANCE ? 0.8

     1 -> 3
CHOIX        ? 3
IMPORTANCE ? 0.6

     2 -> 3
CHOIX        ? 2
IMPORTANCE ? 0.7


OBJECTIF 2

     1 -> 2
CHOIX        ? 1
IMPORTANCE ? 0.5
     1 -> 3
CHOIX        ? 3
IMPORTANCE ? 0.8

     2 -> 3
CHOIX        ? 3
IMPORTANCE ? 0.8


OBJECTIF 3

     1 -> 2
CHOIX        ? 2
IMPORTANCE ? 0.6

     1 -> 3
CHOIX        ? 1
IMPORTANCE ? 0.5

     2 -> 3
CHOIX        ? 2
IMPORTANCE ? 0.6

OBJECTIF 4

     1 -> 2
CHOIX        ? 1
IMPORTANCE ? 0.7

     1 -> 3
CHOIX        ? 1
IMPORTANCE ? 0.5

     2 -> 3
CHOIX        ? 3
IMPORTANCE ? 0.7
```

```
                HIERARCHISATION DES OBJECTIFS

          1 -> 2
      CHOIX        ? 2
      IMPORTANCE ? 0.6

          1 -> 3
      CHOIX        ? 1
      IMPORTANCE ? 0.7

          1 -> 4
      CHOIX        ? 1
      IMPORTANCE ? 0.6

          2 -> 3
      CHOIX        ? 2
      IMPORTANCE ? 0.7

          2 -> 4
      CHOIX        ? 2
      IMPORTANCE ? 0.6

          3 -> 4
      CHOIX        ? 3
      IMPORTANCE ? 0.5
```

Remarque : Si l'on avait utilisé la méthodologie binaire, on aurait seulement saisi le numéro de l'objectif faisant l'objet de la préférence.

- *Résultats*

```
                 CLASSEMENT DES STRATEGIES

        STRATEGIES     EFFICACITES RELATIVES
            1                   7.12
            2                   5.98
            3                   4.9

      READY.
```

Interprétation

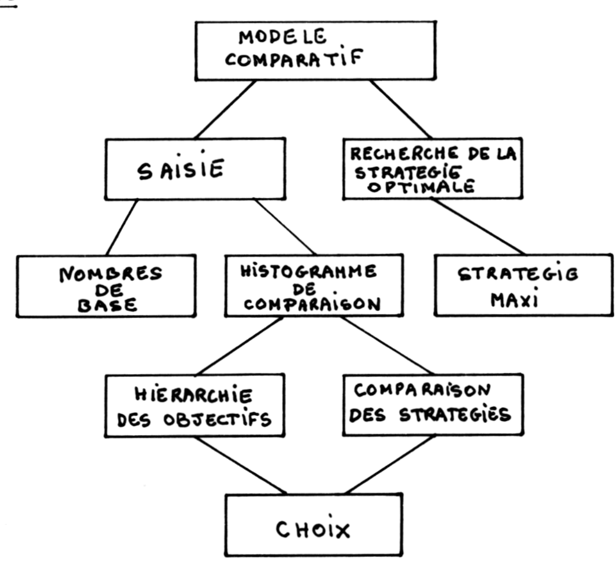
La vue des résultats permet de donner une préférence au premier micro-ordinateur. Cependant, il faut noter que les écarts entre matériels sont très faibles et il faudrait inclure d'autres paramètres pour juger plus sainement.

LE PROGRAMME

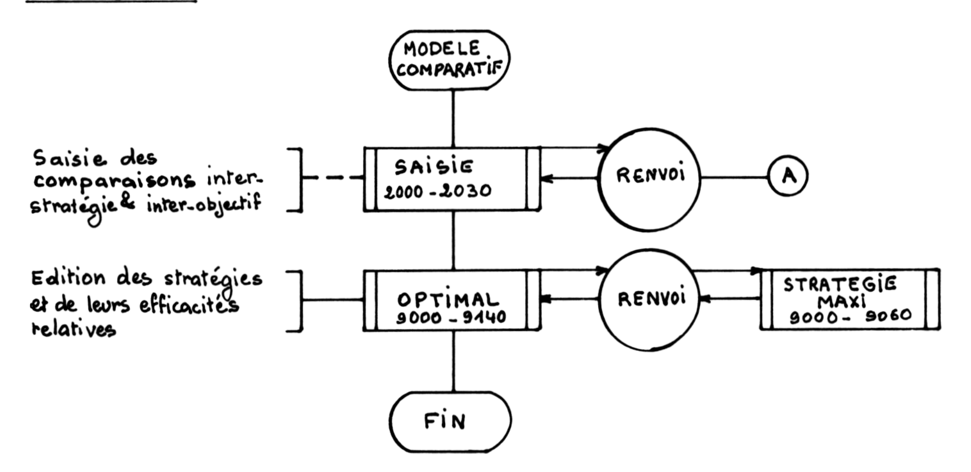
Traitement

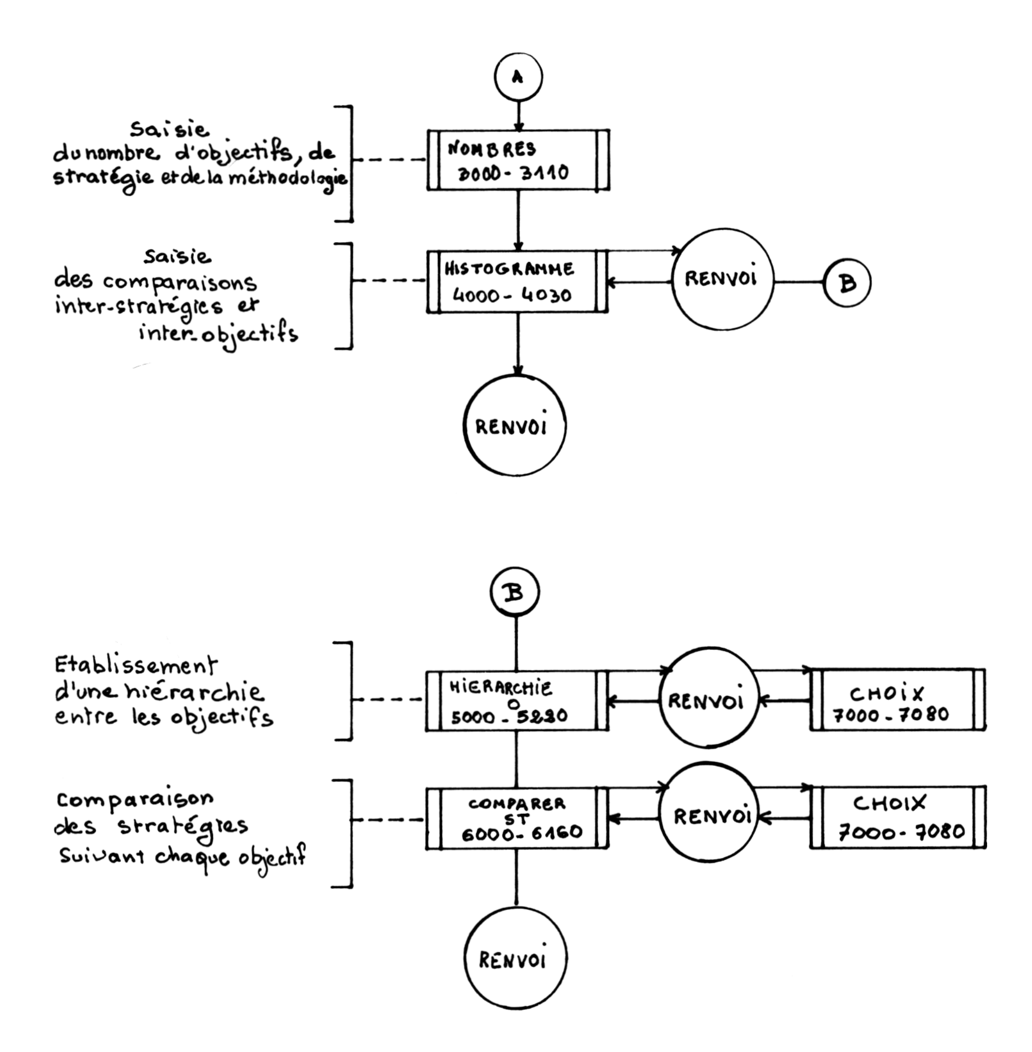


Structure



Organigramme





Particularités

On peut facilement réduire la longueur de ce programme en intégrant, par exemple, les sous-programmes CHOIX et STRATEGIE MAXI dans le corps des sous-programmes appelant. Cependant, il faut tenir compte du fait que lors d'une éventuelle modification le programme n'aurait plus la souplesse de mise au point dont il peut disposer actuellement.

```
100 :GOTO 1000
110 ***************************************************
120 *                                                 *
130 *                 MODELE COMPARATIF               *
140 *                 -----------------               *
150 *                                                 *
160 * LISTE DES VARIABLES :                           *
170 * NO         : NOMBRES D'OBJECTIFS SOUHAITABLES   *
180 * NS         : NOMBRES DE STRATEGIES              *
190 * IR(NO)     : TABLEAU DES EFFICACITES RELATIVES  *
200 * ER(NO,NS): CHOIX ENTRE OBJECTIFS ET STRATEGIES  *
210 * V          : VALEUR DES PREFERENCES             *
220 * CH         : CHOIX INTER-OBJECTIF/INTER-STRATEGIE *
230 * OP(NS)     : EFFICACITE PONDEREE                *
240 * MAX        : MAXIMUM DE L'EFFICACITE PONDEREE   *
250 * F          : NUMERO STRATEGIE D'EFFICACITE MAXIMUM*
260 *                                                 *
270 ***************************************************
280 :
290 :
1000 :REM -------------------------------------------------
1002 :REM *****          MODELE COMPARATIF           *****
1004 :REM -------------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * SAISIE   *
1020 :GOSUB 8000 * OPTIMAL  *
1030 :END:-------------------- MODELE COMPARATIF -----
1040 :
1050 :
2000 :REM -------------------------------------------------
2002 :REM *****                SAISIE                *****
2004 :REM -------------------------------------------------
2010 :GOSUB 3000 * NOMBRES      *
2020 :GOSUB 4000 * HISTOGRAMME  *
2030 :RETURN:-------------------------------- SAISIE -----
2040 :
2050 :
3000 :REM -------------------------------------------------
3002 :REM *****                NOMBRES               *****
3004 :REM -------------------------------------------------
3010 :PRINT CHR$(147)
3020 :PRINTTAB(5);"DECISION EN ETAT DE CERTITUDE":PRINT
3030 :PRINTTAB(10);"-MODELE COMPARATIF-":PRINT:PRINT
3040 :INPUT"NOMBRE D'OBJECTIFS SOUHAITABLES ";NO:PRINT
3050 :INPUT"NOMBRE DE STRATEGIES ";NS:PRINT
3060 :PRINT"UTILISEZ-VOUS LA METHODOLOGIE "
3070 :PRINTTAB(5);"SOMME CONSTANTE ?"
```

```
3080 :PRINTTAB(9):INPUT"(O-N) ";SC$
3090 :IF SC$<>"O" AND SC$<>"N" GOTO 3110
3100 :DIM IR(NO),ER(NO,NS),OP(NS)
3110 :RETURN:-------------------------------- NOMBRES -----
3120 :
3130 :
4000 :REM --------------------------------------------------
4002 :REM *****              HISTOGRAMME              *****
4004 :REM --------------------------------------------------
4010 :GOSUB 5000 * HIERARCHIE O *
4020 :GOSUB 6000 * COMPARER ST. *
4030 :RETURN:-------------------------------HISTOGRAMME -----
4040 :
4050 :
5000 :REM --------------------------------------------------
5002 :REM *****              HIERARCHIE O             *****
5004 :REM --------------------------------------------------
5010 :PRINT CHR$(147)
5020 :PRINTTAB(5);"HIERARCHISATION DES OBJECTIFS "
5030 :PRINT:PRINT
5040 :FOR I=1 TO NO-1
5050 :  FOR J=I+1 TO NO
5060 :    GOSUB 7000 * CHOIX *
5070 :    IR(CH)=IR(CH)+V
5080 :    IF CH=I THEN IR(J)=IR(J)+1-V
5090 :    IF CH=J THEN IR(I)=IR(I)+1-V
5100 :  NEXT J
5110 :NEXT I
5120 :RETURN:--------------------------- HIERARCHIE O -----
5130 :
5140 :
6000 :REM --------------------------------------------------
6002 :REM *****             COMPARER ST.              *****
6004 :REM --------------------------------------------------
6010 :PRINT CHR$(147)
6020 :PRINTTAB(5);"COMPARAISON DES STRATEGIES"
6030 :PRINTTAB(12);"PAR OBJECTIF"
6040 :PRINT:PRINT
6050 :FOR K=1 TO NO
6060 :  PRINT:PRINT"OBJECTIF";K:PRINT
6070 :  FOR I=1 TO NS-1
6080 :    FOR J=I+1 TO NS
6090 :      GOSUB 7000 * CHOIX *
6100 :      ER(K,CH)=ER(K,CH)+V
6110 :      IF CH=I THEN ER(K,J)=ER(K,J)+1-V
6120 :      IF CH=J THEN ER(K,I)=ER(K,I)+1-V
6130 :    NEXT J
6140 :  NEXT I
6150 :NEXT K
6160 :RETURN:--------------------------- COMPARER ST. -----
```

```
6170 :
6180 :
7000 :REM -----------------------------------------------------------------
7002 :REM *****                    CHOIX                    *****
7004 :REM -----------------------------------------------------------------
7010 :PRINT"      ";I;"->";J
7020 :INPUT"CHOIX        ";CH
7030 :IF CH<>I AND CH<>J GOTO 7020
7040 :IF SC$="N"THEN V=1:GOTO 7070
7050 :INPUT"IMPORTANCE ";V
7060 :IF V>1 GOTO 7050
7070 :PRINT
7080 :RETURN:---------------------------------------- CHOIX -----
7090 :
7100 :
8000 :REM -----------------------------------------------------------------
8002 :REM *****                    OPTIMAL                  *****
8004 :REM -----------------------------------------------------------------
8010 :PRINT CHR$(147)
8020 :PRINTTAB(6);"CLASSEMENT DES STRATEGIES"
8030 :PRINT:PRINT
8040 :PRINT"  STRATEGIES     EFFICACITES RELATIVES"
8050 :FOR I=1 TO NS
8060 :  FOR J=1 TO NO
8070 :     OP(I)=OP(I)+ER(J,I)*IR(J)
8080 :  NEXT J
8090 :NEXT I
8100 :FOR I=1 TO NS
8110 :GOSUB 9000 * STRATEGIE MAXI *
8120 :PRINTTAB(5);I;TAB(24);MAX
8130 :NEXT I
8140 :RETURN:------------------------------------- OPTIMAL -----
8150 :
8160 :
9000 :REM -----------------------------------------------------------------
9002 :REM *****                STRATEGIE MAXI               *****
9004 :REM -----------------------------------------------------------------
9010 :MAX=0
9020 :FOR J=1 TO NS
9030 :  IF OP(J)>MAXTHEN MAX=OP(J):F=J
9040 :NEXT J
9050 :OP(F)=0
9060 :RETURN:---------------------------- STRATEGIE MAXI -----
9070 :
READY.
```

PROGRAMMATION DYNAMIQUE DU CERTAIN

TYPES DE PROBLEMES

Les éléments de programmation dynamique développés ici relèvent des décisions prises en état de certitude. Aussi, le décideur doit avoir en sa possession toutes les informations relatives aux stratégies envisagées et aux divers événements *susceptibles* de se produire.

La programmation dynamique certaine se propose de résoudre tous les problèmes mettant en oeuvre des séries de décisions successives et indépendantes. Elle permet par exemple, de déterminer :

- les frais minima occasionnés par un voyage d'affaires.
- la stratégie de coût minimum parmi plusieurs stratégies à étapes.
- le nombre maximum des gens rencontrés par un voyageur de commerce.
- le nombre maximum de lieux visités lors d'un voyage touristique.
- le nombre maximum de points de vente accessibles pendant une durée donnée.
- etc.

En fait, une des caractéristiques essentielles, des problèmes de programmation dynamique certaine, est celle de la précédence qui implique que certaines décisions doivent être prises avant d'autres, bien que ces dernières soient totalement indépendantes des premières.

LE MODELE

Enoncé du modèle

Principe d'optimalité : toute sous-politique d'une politique optimale est elle-même une politique optimale.

C'est, en se basant sur ce principe, que la démarche du modèle de la programmation dynamique certaine consiste à décomposer un problème global en sous-problèmes. Ces derniers sont alors considérés comme des problèmes à part entière.

Ceci donne au modèle un caractère récursif qui conditionne les décisions successives menant à la résolution du problème.

En conséquence, chaque option prise lors de la résolution d'un sous-problème est elle-même non seulement optimale mais aussi le résultat d'une décision influencée par les options optimales précédentes.

Enfin c'est en considérant que les décisions de demain sont déterminées par les décisions d'aujourd'hui que le modèle cherche comment, pour résoudre le sous-problème d'un niveau donné, il fallait résoudre le sous-problème de niveau directement inférieur.

C'est ainsi que le modèle atteint la solution optimale en partant de la fin du problème et en remontant vers l'origine de la décision.

Graphe de formulation

Pour faciliter le cheminement du modèle entre les sous-problèmes, on se propose de chercher une solution optimale, à partir d'un graphe de formulation.

L'établissement de ce graphe est entièrement à la charge du décideur qui doit à chaque sous-problème associer un repère et un nombre d'unités de temps correspondant au nombre d'étape restant à parcourir jusqu'au but et associer à chaque intervalle inter-étape, un arc valué dont la valeur correspond à un coût ou une quantité assimilée.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

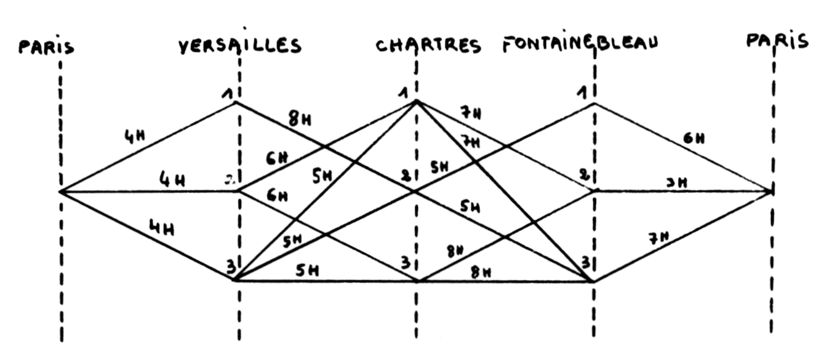
Habitant Paris depuis de longues années, M. X décide, lors du prochain week-end prolongé dont il pourra disposer, de faire du tourisme dans un rayon de 200 km autour de la capitale. Cependant M. X n'est pas un aventurier et il désire planifier ses loisirs. C'est pourquoi il prend quelques renseignements auprès des offices de tourisme de trois villes faisant l'objet de ses préférences.

C'est ainsi qu'il décide de visiter Versailles, Chartres et Fontainebleau, où on lui propose des activités auxquelles il attribue des horaires comprenant les temps de trajets et de visite.

Ses estimations sont les suivantes :

Versailles :	1- Château	: 8h
	2- Musée de l'histoire de France	: 6h
	3- Grand Trianon	: 5h
Chartres :	1- Cathédrale	: 7h
	2- Musée de l'ancien palais Episcopal	: 5h
	3- Eglises de St-Aignan, St-Pierre et St-André	: 8h
Fontainebleau :	1- Château	: 6h
	2- Musée chinois	: 3h
	3- Forêt	: 7h

Désireux de diversifier ses visites, M. X met en forme le graphe suivant résumant les prévisions de ses déplacements et tenant compte des temps de visite et des longueurs des trajets à parcourir.

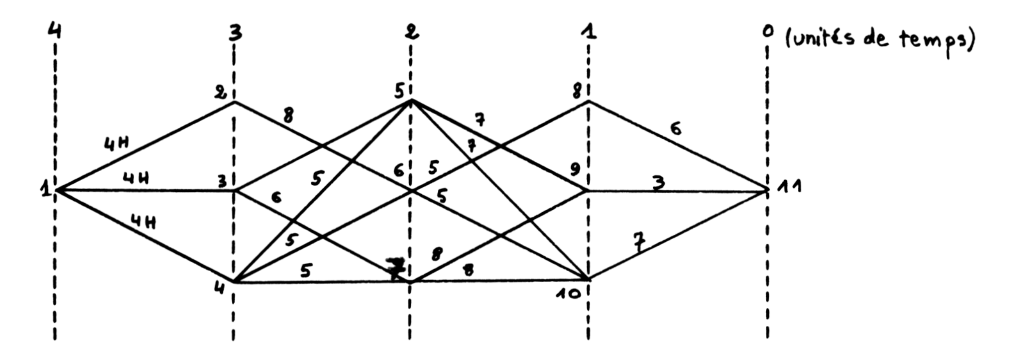


Le problème est maintenant pour M. X de savoir combien de temps au maximum peut durer son voyage.

Résolution

Graphe de formulation

A partir du graphe établi par M. X, on est en mesure d'établir facilement le graphe de formulation suivant :



Ce graphe, comportant 11 repères et décomposé en 4 unités de temps, constitue la base des informations nécessaires **au programme de la programmation** dynamique certaine.

- *Saisie*

```
PROGRAMMATION DYNAMIQUE


EST-CE UNE MAXIMISATION ? 0

NOMBRE DE REPERES TOTAL ? 11

NOMBRE D'UNITE DE TEMPS ? 4

REPERE DE DEPART: 1
  COMBIEN D'UNITE TEMPS AU BUT ? 4
  NOMBRE DE REPERE D'ARRIVEE   ? 3
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 2,4
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 3,4
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 4,4

REPERE DE DEPART: 2
  COMBIEN D'UNITE TEMPS AU BUT ? 3
  NOMBRE DE REPERE D'ARRIVEE   ? 1
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 6,8

REPERE DE DEPART: 3
  COMBIEN D'UNITE TEMPS AU BUT ? 3
  NOMBRE DE REPERE D'ARRIVEE   ? 2
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 5,6
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 7,6

REPERE DE DEPART: 4
  COMBIEN D'UNITE TEMPS AU BUT ? 3
  NOMBRE DE REPERE D'ARRIVEE   ? 3
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 5,5
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 6,5
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 7,5
```

```
REPERE DE DEPART: 5
  COMBIEN D'UNITE TEMPS AU BUT ? 2
  NOMBRE DE REPERE D'ARRIVEE    ? 2
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 9,7
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 10,7

REPERE DE DEPART: 6
  COMBIEN D'UNITE TEMPS AU BUT ? 2
  NOMBRE DE REPERE D'ARRIVEE    ? 2
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 8,5
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 10,5

REPERE DE DEPART: 7
  COMBIEN D'UNITE TEMPS AU BUT ? 2
  NOMBRE DE REPERE D'ARRIVEE    ? 2
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 9,8
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 10,8

REPERE DE DEPART: 8
  COMBIEN D'UNITE TEMPS AU BUT ? 1
  NOMBRE DE REPERE D'ARRIVEE    ? 1
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 11,6

REPERE DE DEPART: 9
  COMBIEN D'UNITE TEMPS AU BUT ? 1
  NOMBRE DE REPERE D'ARRIVEE    ? 1
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 11,3

REPERE DE DEPART: 10
  COMBIEN D'UNITE TEMPS AU BUT ? 1
  NOMBRE DE REPERE D'ARRIVEE    ? 1
  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ? 11,7
```

- *Résultats*

```
          PROGRAMMATION DYNAMIQUE



          REPERE 1    QUANTITE 25
          REPERE 3    QUANTITE 21
          REPERE 7    QUANTITE 15
          REPERE 10   QUANTITE 7
          REPERE 11   QUANTITE 0


READY.
```

Interprétation

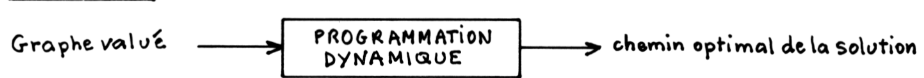
M. X peut donc faire un voyage de 25h au maximum étant donnés les lieux qu'il souhaite visiter.

Pour cela, il ira de Paris à Versailles où il visitera le Musée de l'histoire de France, puis à Chartres où il se rendra aux nombreuses églises et enfin il ira dans la Forêt de Fontainebleau avant de rentrer vers la capitale.

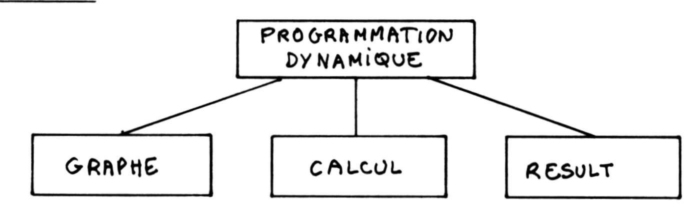
Remarque : Les quantités constituent ici un compte à rebours portant sur le nombre d'heures restant jusqu'à la fin du voyage.

LE ***PROGRAMME***

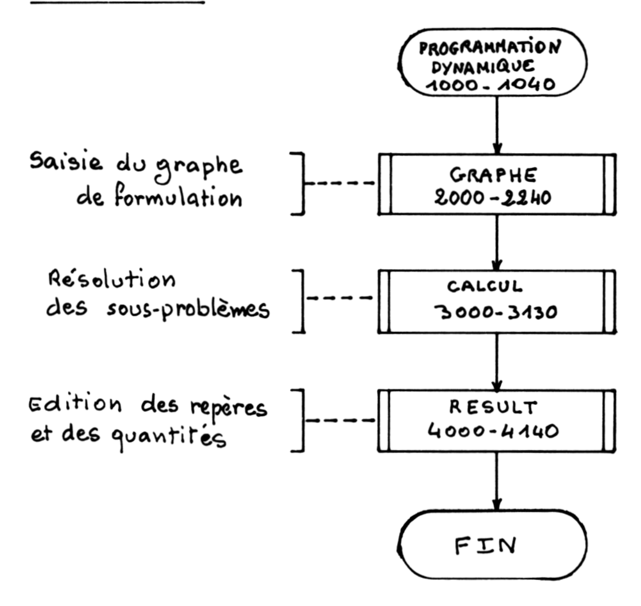
Traitement



Structure



Organigramme



Particularités

La recherche d'un minimum positif nécessite l'affectation d'une valeur initiale élevée à la ligne 3050 du programme.

Aussi, si les valeurs portées par les axes du graphe de formulation sont supérieures à cette valeur initiale, il faut initialiser par une valeur plus élevée.

```
100 :GOTO 1000
110 ***********************************************************
120 *                                                         *
130 *        PROGRAMMATION DYNAMIQUE DU CERTAIN               *
140 *        ----------------------------------               *
150 *                                                         *
160 * LISTE DES VARIABLES :                                   *
170 * MAX$      : DRAPEAU DE MAXI. OU MINIMISATION            *
180 * NR        : NOMBRE DE REPERE TOTAL                      *
190 * NT        : NOMBRE D'UNITES DE TEMPS TOTAL OU           *
200 *             NOMBRES D'ETAPES                            *
210 * Q(NR,NT): VALEUR DE L'ARC POINTE                        *
220 * E(NR,NT): VALEUR OPTIMALE D'UN SOUS-PROBLEME            *
230 * R(NR)     : NUMERO D'ETAPE POUR UN REPERE DONNE         *
240 * ID,RD     : INDICES DES REPERES DE DEPART               *
250 * IA,RA     : INDICES DES REPERES ASSOCIES                *
260 * IQ        : INDICE DES QUANTITES SUR LES ARCS           *
270 * N         : NUMERO DU SOUS-PROBLEME CONSIDERE           *
280 * D1,D2     : VARIABLES INTERMEDIAIRES                    *
290 * MAX       : OPTIMUM POUR CHAQUE ETAPE                   *
300 *                                                         *
310 ***********************************************************
320 :
330 :
1000 :REM --------------------------------------------------------
1002 :REM *****       PROGRAMMATION DYNAMIQUE            *****
1004 :REM --------------------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * GRAPHE *
1020 :GOSUB 3000 * CALCUL *
1030 :GOSUB 4000 * RESULT *
1040 :END:---------------- PROGRAMMATION DYNAMIQUE -----
1050 :
1060 :
2000 :REM --------------------------------------------------------
2002 :REM *****                  GRAPHE                  *****
2004 :REM --------------------------------------------------------
2010 :PRINT CHR$(147)
2020 :PRINTTAB(8);"PROGRAMMATION DYNAMIQUE"
2030 :PRINT:PRINT:PRINT
2040 :INPUT"EST-CE UNE MAXIMISATION ";MAX$:PRINT
2050 :INPUT"NOMBRE DE REPERES TOTAL ";NR:PRINT
2060 :INPUT"NOMBRE D'UNITE DE TEMPS ";NT:PRINT
2070 :DIM Q(NR,NR),E(NR,NT),R(NR)
2080 :FOR ID=1 TO NR-1
2090 :  PRINT"REPERE DE DEPART:";ID
2100 :  INPUT"  COMBIEN D'UNITE TEMPS AU BUT ";R(ID)
2110 :  INPUT"  NOMBRE DE REPERE D'ARRIVEE   ";NA
2120 :  FOR I=1 TO NA
```

```
 2130 :     PRINT"  INDICE ARRIVEE,VALEUR CHEMIN ";
 2140 :     INPUT IA,IQ:Q(ID,IA)=IQ
 2150 :   NEXT I
 2160 :   PRINT
 2170 :NEXT ID
 2180 :PRINT CHR$(147)
 2190 :PRINTTAB(8);"PROGRAMMATION DYNAMIQUE"
 2200 :PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
 2210 :RETURN:---------------------------- GRAPHE -----
 2220 :
 2230 :
 3000 :REM ---------------------------------------------
 3002 :REM *****               CALCUL              *****
 3004 :REM ---------------------------------------------
 3010 :FOR RA=NR TO 1 STEP -1
 3020 :  FOR RD=1 TO RA
 3030 :    N=R(RD)
 3040 :    IF Q(RD,RA)=0 OR E(RD,N)<>0 THEN GOTO 3110
 3050 :      IF MAX$="N" THEN E(RD,N)=999999
 3060 :        FOR J=RD TO NR
 3070 :          E=Q(RD,J)+E(J,N-1)
 3080 :          IF MAX$="N" AND E<E(RD,N) AND Q(RD,J)<>0
      :            THEN E(RD,N)=E
 3090 :          IF MAX$<>"N" AND E>E(RD,N) THEN E(RD,N)=E
 3100 :        NEXTJ
 3110 :  NEXT RD
 3120 :NEXT RA
 3130 :RETURN:---------------------------- CALCUL -----
 3140 :
 3150 :
 4000 :REM ---------------------------------------------
 4002 :REM *****               RESULT              *****
 4004 :REM ---------------------------------------------
 4010 :ID=1:D1=1:Q(1,1)=1:MAX=0
 4020 :FOR N=NT TO 1 STEP -1
 4030 :  IF MAX$="N" THEN MAX=999999
 4040 : FORπI=ID TO NR
 4050 :    IF E(I,N)=0 THEN GOTO4080
 4060 :      IF MAX$<>"N" AND E(I,N)>MAX AND Q(D1,I)<>0
      :        THEN MAX=E(I,N):D2=I
 4070 :      IF MAX$="N" AND E(I,N)<MAX AND Q(D1,I)<>0
      :        THEN MAX=E(I,N):D2=I
 4080 :  NEXT I
 4090 :  PRINTTAB(8);"REPERE";D2;TAB(19);"QUANTITE";MAX
 4100 :  D1=D2:MAX=0
 4110 :NEXT N
 4120 :PRINTTAB(8);"REPERE";NR;TAB(19);"QUANTITE 0";
 4130 :PRINT:PRINT:PRINT
 4140 :RETURN:---------------------------- RESULT -----
 4150 :
READY.
```

CHAPITRE III

DECISION EN ETAT DE RISQUE

De nombreuses prises de décision imposent des considérations probabilistes comme nous allons le voir dans les modèles suivants :

. Critère de Bayes

. Formule de Bayes

. Loi normale et information parfaite

. Loi normale et information imparfaite

. Chaînes Markoviennes

Ici, le décideur connait parfaitement les stratégies qu'il envisage ; cependant il doit aussi être en mesure d'associer, à chacune d'elles, une probabilité d'occurrence. Il se trouve alors confronté au problème de prise de décision en état de risque.

CRITERE DE BAYES

TYPES DE PROBLEMES

La particularité des décisions à prendre en état de risque est que l'on doit associer une probabilité à chaque événement susceptible de se produire.

Le modèle du critère de Bayes permettra alors de déterminer

- un nombre d'unités à produire
- un nombre d'unités à acquérir
- s'il faut lancer un produit
- un stock de pièces pour une maintenance
- etc.

Il permettra ensuite de déterminer le coût espéré de la stratégie retenue et rendra le décideur à même de juger s'il est intéressant de rechercher une information supplémentaire pour améliorer sa prise de décision.

Remarque : La notion d'information supplémentaire en état de risque ou encore en avenir incertain est importante. En effet, un nouvel élément peut contribuer à une nette amélioration des probabilités et ainsi influencer considérablement le comportement du modèle et le conduire à prendre une décision plus objective. Cette information supplémentaire peut avoir différentes origines, comme :

- une expérimentation
- une simulation
- une prise d'échantillon
- une recherche dans des données historiques
- etc.

LE MODELE

L'utilisation du modèle de Bayes nécessite de déterminer clairement, pour chaque stratégie, les événements susceptibles de se produire avec une probabilité donnée et les coûts conditionnels en état de certitude de chaque couple (stratégie, événement).

A partir de ces informations, le modèle de Bayes est en mesure de calculer les résultats espérés qui lui permettront d'appliquer le critère de Bayes et ainsi de déterminer la stratégie optimale et le coût de l'état d'incertitude.

Critère de Bayes : Appelé aussi, critère d'avidité, il considère que la stratégie optimale est celle qui correspond au coût espéré minimum.

L'application du critère ne sera pas, cependant, la condition unique au choix de la stratégie car le vrai problème sera, pour le décideur, de savoir s'il peut accepter le risque maximum impliqué par son choix ; ce risque, étant de ne gagner que le minimum offert par la stratégie optimale.

Remarque : Il faut noter que les gains espérés calculés ne constituent pas un profit certain mais plutôt un profit que le décideur peut espérer gagner s'il doit être confronté à cette décision de nombreuses fois.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Un constructeur de pièces détachées pour automobiles vient d'automatiser sa chaîne de production. Celle-ci, ayant une fréquence de panne qui suit une loi de Poisson, il souhaite optimiser le nombre de pièces de rechange à stocker pour éviter l'arrêt de sa chaîne.

Après étude, on a pu estimer avec certitude les résultats conditionnels et les probabilités d'arrêt de la chaîne (loi de Poisson de moyenne 3) suivants :

		STRATEGIE = STOCK					
Probabilité d'arrêt	Evénement = arrêt	0	1	2	3	4	5
0,04	0	0	250	500	750	1000	1250
0,14	1	1000	250	500	750	1000	1250
0,22	2	2000	1250	500	750	1000	1250
0,22	3	3000	2250	1500	750	1000	1250
0,16	4	4000	3250	2500	1750	1000	1250
0,10	5	5000	4250	3500	2750	2000	1250

En utilisant le critère de Bayes, on est en mesure de déterminer à partir du tableau ci-dessus, la stratégie optimale, c'est-à-dire de coût minimum ou encore de profit maximum.

Résolution

- *Saisie* (voir le paragraphe "particularités" du programme)

```
          DECISION EN ETAT DE RISQUE
               CRITERE DE BAYES

NOMBRE DE STRATEGIES ? 6

NOMBRE D'EVENEMENTS  ? 6

PROFITS CONDITIONNELS DE L'EVENEMENT 1

POUR LA STRATEGIE  1 ? 0
POUR LA STRATEGIE  2 ? -250
POUR LA STRATEGIE  3 ? -500
POUR LA STRATEGIE  4 ? -750
POUR LA STRATEGIE  5 ? -1000
POUR LA STRATEGIE  6 ? -1250

PROFITS CONDITIONNELS DE L'EVENEMENT 2

POUR LA STRATEGIE  1 ? -1000
POUR LA STRATEGIE  2 ? -250
POUR LA STRATEGIE  3 ? -500
POUR LA STRATEGIE  4 ? -750
POUR LA STRATEGIE  5 ? -1000
POUR LA STRATEGIE  6 ? -1250
```

```
PROFITS CONDITIONNELS DE L'EVENEMENT 3

POUR LA STRATEGIE  1 ? -2000
POUR LA STRATEGIE  2 ? -1250
POUR LA STRATEGIE  3 ? -500
POUR LA STRATEGIE  4 ? -750
POUR LA STRATEGIE  5 ? -1000
POUR LA STRATEGIE  6 ? -1250

PROFITS CONDITIONNELS DE L'EVENEMENT 4

POUR LA STRATEGIE  1 ? -3000
POUR LA STRATEGIE  2 ? -2250
POUR LA STRATEGIE  3 ? -1500
POUR LA STRATEGIE  4 ? -750
POUR LA STRATEGIE  5 ? -1000
POUR LA STRATEGIE  6 ? -1250

PROFITS CONDITIONNELS DE L'EVENEMENT 5

POUR LA STRATEGIE  1 ? -4000
POUR LA STRATEGIE  2 ? -3250
POUR LA STRATEGIE  3 ? -2500
POUR LA STRATEGIE  4 ? -1750
POUR LA STRATEGIE  5 ? -1000
POUR LA STRATEGIE  6 ? -1250

PROFITS CONDITIONNELS DE L'EVENEMENT 6

POUR LA STRATEGIE  1 ? -5000
POUR LA STRATEGIE  2 ? -4250
POUR LA STRATEGIE  3 ? -3500
POUR LA STRATEGIE  4 ? -2750
POUR LA STRATEGIE  5 ? -2000
POUR LA STRATEGIE  6 ? -1250

PROBABILITE DE CHAQUE EVENEMENT
EVENEMENT 1 ? 0.04
EVENEMENT 2 ? 0.14
EVENEMENT 3 ? 0.22
EVENEMENT 4 ? 0.22
EVENEMENT 5 ? 0.16
EVENEMENT 6 ? 0.10
```

- *Résultats*

```
              CRITERE DE BAYES

LA STRATEGIE 5 PERMET
UN PROFIT ESPERE MAXIMUM.
PROFIT ESPERE EN INCERTITUDE:-980
PROFIT ESPERE EN CERTITUDE   :-595
COUT DE L'ETAT D'INCERTITUDE: 385

PEUT-ON PRENDRE LE RISQUE DE NE GAGNER
QUE LE GAIN MINIMUM DE LA STRATEGIE 5
ALORS QUE LES PROFITS MINIMUMS SONT
LES SUIVANTS:
              STRATEGIE 1 :-5000
              STRATEGIE 2 :-4250
              STRATEGIE 3 :-3500
```

```
STRATEGIE 4 :-2750
STRATEGIE 5 :-2000
STRATEGIE 6 :-1250

VALEUR DE L'INFORMATION PARFAITE: 385

READY.
```

Interprétation

Le critère de Bayes permet donc de sélectionner la stratégie 5, ce qui suppose un stock de 4 pièces de rechange.

Ce nombre représente la quantité optimale à stocker pour minimiser la perte puisque perte il y a comme l'indiquent les signes '-' des profits espérés.

Il faut noter que l'on est encore en mesure de minimiser cette perte car le coût de l'incertitude est de 385 F.

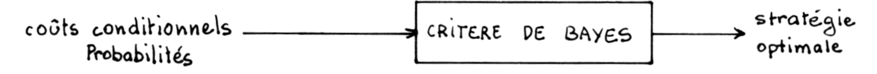
Le décideur peut donc engager jusqu'à 385 F pour obtenir une information parfaite. Il faut rappeler que l'on entend par information parfaite une information permettant d'améliorer les probabilités et ainsi d'augmenter la qualité de la décision.

Remarque : Le gain minimum est ici la perte maximum, aussi, la question à se poser est : "Peut-on prendre le risque de subir la perte maximum de la stratégie 5, alors que les pertes maxima sont les ... etc.".

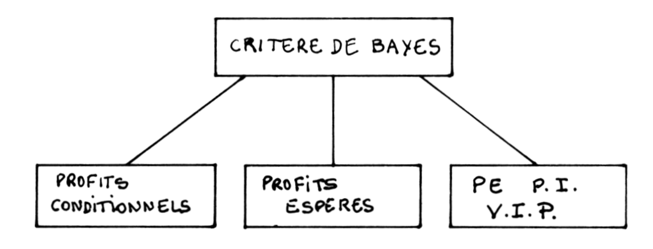
Ici, la stratégie 5 offre un risque très limité, puisque de 2000F, et l'on a toutes les raisons de penser que c'est bien la meilleure solution.

LE PROGRAMME

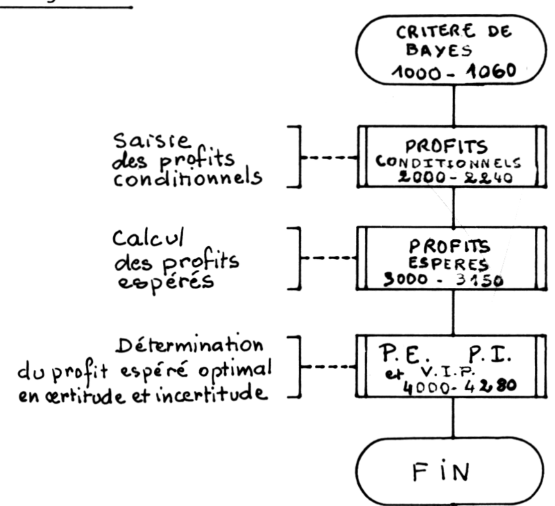
Traitement



Structure du programme



Organigramme



Particularités

Le programme demande l'entrée des coûts conditionnels de chaque événement or, il est rappelé qu'un profit est l'opposé d'un coût et que l'on a algébriquement : Profit = -(coût).

On peut donc saisir, si on le souhaite, des profits en changeant leur signe.

```
100 :GOTO 1000
110 ***************************************************
120 *                                                 *
130 *              CRITERE DE BAYES                   *
140 *              ----------------                   *
150 *                                                 *
160 * LISTE DES VARIABLES :                           *
170 * NS        : NOMBRE DE STRATEGIES                *
180 * NE        : NOMBRE D'EVENEMENTS                 *
190 * CC(NE,NS): COUTS OU PROFITS CONDITIONNELS       *
200 * CE(NE,NS): COUTS ESPERES                        *
210 * MAX       : COUT CONDITIONNEL MAXIMUM           *
220 * PI        : PROFIT ESPERE EN INCERTITUDE        *
230 * PC        : PROFIT ESPERE EN CERTITUDE          *
240 * MIN       : OPTIMISATION DE LA STRATEGIE        *
250 * INC       : COUT DE LA SITUATION D'INCERTITUDE  *
260 *                                                 *
270 ***************************************************
280 :
290 :
1000 :REM ---------------------------------------------------------
1002 :REM *****         CRITERE DE BAYES                   *****
1004 :REM ---------------------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * PROFIT CONDITIONNEL *
1020 :GOSUB 3000 * PROFITS  ESPERES    *
1030 :GOSUB 4000 * P.E. P.I. & V.I.P.  *
1040 :END:------------------------------- CRITERE DE BAYES ------
1050 :
1060 :
2000 :REM ---------------------------------------------------------
2002 :REM *****       PROFIT CONDITIONNEL                  *****
2004 :REM ---------------------------------------------------------
2010 :PRINT CHR$(147)
2020 :PRINTTAB(7);"DECISION EN ETAT DE RISQUE"
2030 :PRINTTAB(12);"CRITERE DE BAYES"
2040 :PRINT:PRINT:PRINT
2050 :INPUT"NOMBRE DE STRATEGIES ";NS:PRINT
2060 :INPUT"NOMBRE D'EVENEMENTS  ";NE:PRINT
2070 :DIM CC(NE,NS),CE(NE,NS)
2080 :FOR I=1 TO NE
2090 :  PRINT"PROFITS CONDITIONNNELS DE L'EVENEMENT";I
2100 :  FOR J=1 TO NS
2110 :    PRINT"POUR LA STRATEGIE ";J;
2120 :    INPUT CC(I,J)
2130 :  NEXT J
2140 :  PRINT
```

```
2150 :NEXT I
2160 :PRINT
2170 :PRINT"PROBABILITE DE CHAQUE EVENEMENT"
2180 :FOR I=1 TO NE
2190 :  PRINT"EVENEMENT";I;:INPUT CC(I,0)
2200 :NEXT I
2210 :PRINT CHR$(147)
2220 :PRINTTAB(12);"CRITERE DE BAYES"
2230 :PRINT:PRINT:PRINT
2240 :RETURN:------------------PROFIT CONDITIONNEL -----
2250 :
2260 :
3000 :REM ----------------------------------------------------
3002 :REM *****        PROFITS ESPERES               *****
3004 :REM ----------------------------------------------------
3010 :FOR J=1 TO NS
3020 :  MAX=-999999
3030 :  FOR I=1 TO NE
3040 :    CE(I,J)=CC(I,J)*CC(I,0)
3060 :    CE(0,J)=CE(0,J)+CE(I,J)
3070 :    IF CC(I,J)>MAX THEN MAX=CC(I,J)
3080 :  NEXT I
3090 :  CC(0,J)=MAX
3100 :NEXT J
3110 :PI=-999999
3120 :FOR J=1 TO NS
3130 :  IF CE(0,J)>PI THEN S=J:PI=CE(0,J)
3140 :NEXT J
3150 :RETURN:--------------------- PROFITS ESPERES -----
3160 :
3170 :
4000 :REM ----------------------------------------------------
4002 :REM *****        P.E. P.I. & V.I.P.            *****
4004 :REM ----------------------------------------------------
4010 :PRINT"LA STRATEGIE";S;"PERMET"
4020 :PRINT"UN PROFIT ESPERE MAXIMUM."
4030 :PRINT"PROFIT ESPERE EN INCERTITUDE:";PI
4040 :FOR I=1 TO NE
4050 :  MAX=-999999
4060 :  FOR J=1 TO NS
4070 :    IF CC(I,J)>MAX THEN MAX=CC(I,J):L=I:C=J
4080 :  NEXT J
4090 :  PC=PC+CC(L,C)*CC(L,0)
4100 :NEXT I
4110 :PRINT"PROFIT ESPERE EN CERTITUDE   :";PC
4120 :INC=INT(PC-PI)
4130 :PRINT"COUT DE L'ETAT D'INCERTITUDE:";INC
4140 :PRINT
4150 :PRINT"PEUT-ON PRENDRE LE RISQUE DE NE GAGNER"
4160 PRINT"QUE LE GAIN MINIMUM DE LA STRATEGIE";S
```

```
4170 :PRINT"ALORS QUE LES PROFITS MINIMUMS SONT"
4180 :PRINT"LES SUIVANTS:"
4190 :FOR J=1 TO NS
4200 :  MIN=999999
4210 :  FOR I=1 TO NE
4220 :    IF CC(I,J)<MIN THEN MIN=CC(I,J):S=J
4230 :  NEXT I
4240 :  PRINTTAB(14);"STRATEGIE";S;":";MIN
4250 :NEXT J
4260 :PRINT
4270 :PRINT"VALEUR DE L'INFORMATION PARFAITE:";INC
4280 :RETURN:------------------ P.E. P.I. & V.I.P. -----
4300 :
READY.
```

FORMULE DE BAYES

TYPES DE PROBLEMES

L'intérêt essentiel de la théorie de Bayes est qu'elle permet l'amélioration de probabilités connues en tenant compte du phénomène d'expérience.

On pourra donc, au cours du temps, améliorer l'efficacité d'une prise de décision en état de risque.

Ceci permettra de traiter de nombreux problèmes tels que :

- la maintenance d'une machine
- la détermination d'un stock de pièces de rechange
- l'amélioration d'une fabrication
- l'amélioration d'une probabilité par l'expérience
- l'amélioration d'une probabilité par échantillonnage
- la détermination de l'influence d'un élément, sur un événement.
- etc.

Une fois les nouvelles probabilités déterminées, on pourra utiliser le critère de Bayes et finalement obtenir le nouveau coût de l'état d'incertitude.

LE MODELE

Première formule de Bayes

Soient E_1 et E_2 deux événements quelconques de probabilités connues. Les probabilités conditionnelles de chacun d'eux étant :

$$P(E_1/E_2)=P(E1 \cap E2)/P(E_2)$$

et $$P(E_2/E_1)=P(E1 \cap E2)/P(E_1)$$

On obtient la première formule de Bayes :

$$\boxed{P(E_1/E_2)=\frac{P(E_1)\,P(E_2/E_1)}{P(E_2)}}$$

Deuxième formule de Bayes

Soient E_1, E_2, E_3... E_n, n événements quelconques de probabilités connues et soient E, un événement résultant de E_1, E_2...E_n.

La deuxième hypothèse permet d'écrire :

$$E=(E_1 \cap E) \cup (E_2 \cap E) \cup \ldots \cup (E_n \cap E)$$

égalité qui permet d'établir que :

$$P(E)=\sum_{i=1}^{n} P(E \cap E_i)$$

ou encore $$P(E)=\sum_{i=1}^{n} P(E_i)\,P(E/E_i)$$

Ou, d'après la première formule de Bayes; il ressort :

$$P(E_i/E)=\frac{P(E_i)\,P(E/E_i)}{P(E)}$$

Ce qui permet, en remplaçant P(E) par sa valeur, d'établir la deuxième formule de Bayes :

$$P(E_i/E)=\frac{P(E)P(E/E_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(E_i)P(E/E_i)}$$

Ce qu'il faut savoir

Le lecteur qui ne connait que peu de choses des probabilités ou bien qui n'est pas intéressé, aura certainement laissé les paragraphes 1 et 2.

En fait, il suffit de savoir que la formule de Bayes permet de calculer la probabilité qu'un événement E_i se soit produit lorsqu'un événement E s'est produit. Chacun des événements E_i étant de probabilité connue et pouvant être la cause de l'événement E.

On peut, par exemple, calculer la probabilité que telle pièce ou telle autre soit la responsable de la panne d'une machine connaissant les probabilités de casse de chacune des pièces et les probabilités de casse liées à chacune des pièces.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Un élève ingénieur doit réviser son cours de Recherche Opérationnelle en vue d'un contrôle de connaissance. Cependant, n'ayant pas le temps matériel de réviser tous les modèles de décision du cours, il veut faire des impasses.

Pour cela il effectue une première sélection qui lui permet de ne conserver que cinq modèles pour ses révisions. Ensuite, afin d'augmenter ses chances de réussite sur ces cinq modèles, il se renseigne auprès des camarades des promotions qui l'ont précédés de façon à attribuer des probabilités à chaque modèle et à savoir quel sujet ils ont eu le jour de leur contrôle pour obtenir des probabilités liées au contrôle.

Ses investigations l'ont amené à établir les résultats ci-dessous.

E1 : modèle comparatif	P(E1)=0,1	P(E/E1)=0,2
E2 : modèle d'affectation	P(E2)=0,3	P(E/E2)=0,1
E3 : modèle de transport	P(E3)=0,2	P(E/E3)=0,2
E4 : modèle de Bayes	P(E4)=0,2	P(E/E4)=0,3
E5 : modèle des files d'attente	P(E5)=0,3	P(E/E5)=0,2

où E est l'événement : contrôle.

Ayant compris l'intérêt de la deuxième formule de Bayes, l'élève décide de l'utiliser afin de déterminer pour chaque modèle, sa probabilité d'être sujet au contrôle.

C'est d'ailleurs ce que nous allons faire à l'aide du programme de la formule de Bayes.

Résolution

- *Saisie*

```
                SAISIE DES PROBABILITES CONNUES


NOMBRE D'EVENEMENTS ? 5

PROBABILITES DE CHAQUE EVENEMENT:
P( E 1 )= ? 0.1
P( E 2 )= ? 0.3
P( E 3 )= ? 0.2
P( E 4 )= ? 0.2
P( E 5 )= ? 0.3

PROBABILITES CONDITIONNELLES:
P( E / E 1 )= ? 0.2
P( E / E 2 )= ? 0.1
P( E / E 3 )= ? 0.2
P( E / E 4 )= ? 0.3
P( E / E 5 )= ? 0.2
```

- *Résultats*

```
                PROBABILITES CALCULEES


          P( E 1 / E )= .0952380953
          P( E 2 / E )= .142857143
          P( E 3 / E )= .19047619
          P( E 4 / E )= .285714286
          P( E 5 / E )= .285714286



READY.
```

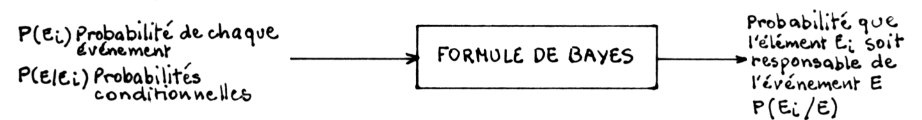
Interprétation

On peut constater, étant donné les résultats des probabilités conditionnelles relatives au contrôle, que la formule de Bayes permet d'établir une hiérarchie entre les sujets comparés. Ainsi, l'élève aura un intérêt certain à accorder plus de temps à la révision du modèle de Bayes ou au modèle des files d'attente qu'à d'autres sujets.

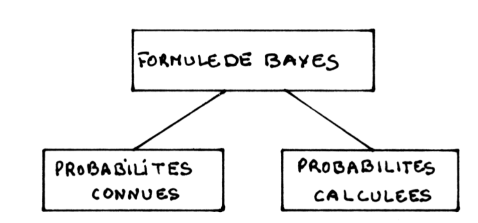
En fait, en poussant plus loin le raisonnement et la confiance dans les probabilités de base, on pourrait considérer un temps de révision proportionnel aux probabilités calculées. L'élève pourrait par exemple réviser le modèle comparatif pendant une dizaine de minutes, le modèle d'affectation pendant un quart d'heure, le modèle de transport pendant une vingtaine de minutes, et le modèle de Bayes et des files d'attente pendant chacun une demi-heure.

LE PROGRAMME

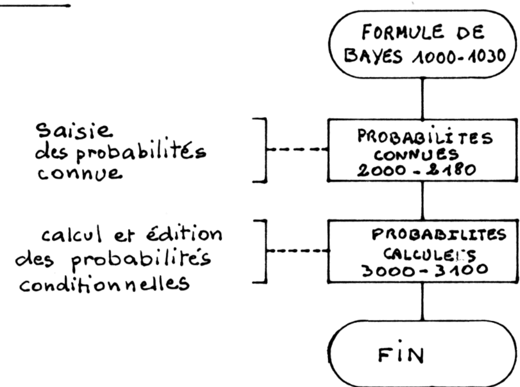
__Traitement__



__Structure__



__Organigramme__



```
100  :GOTO 1000
110  ****************************************************
120  *                                                  *
130  *               FORMULE DE BAYES                   *
140  *               ----------------                   *
150  *                                                  *
160  * LISTE DES VARIABLES :                            *
170  * NE     : NOMBRE D'EVENEMENTS                     *
180  * PE(NE) : PROBABILITE DE CHAQUE EVENEMENT         *
190  * PC(NE) : PROBABILITE CONDITIONNELLE              *
200  * PR(NE) : PROBABILITE DE CHAQUE EVENEMENT         *
210  *          QUAND E S'EST PRODUIT                   *
220  * PT     : PROBABILITE DE E                        *
230  *                                                  *
240  ****************************************************
250  :
260  :
1000  :REM -------------------------------------------------
1002  :REM *****        FORMULE DE BAYES              *****
1004  :REM -------------------------------------------------
1010  :GOSUB 2000 * PROBABILITES CONNUES   *
1020  :GOSUB 3000 * PROBABILITES CALCULEES *
1030  :END:---------------------------- FORMULE DE BAYES ----
1040  :
1050  :
2000  :REM -------------------------------------------------
2002  :REM *****       PROBABILITES CONNUES            *****
2004  :REM -------------------------------------------------
2010  :PRINT CHR$(147)
2020  :PRINTTAB(5);"SAISIE DES PROBABILITES CONNUES"
2030  :PRINT:PRINT:PRINT
2040  :INPUT"NOMBRE D'EVENEMENTS ";NE:PRINT
2050  :DIM PE(NE),PC(NE),PR(NE)
2060  :PRINT"PROBABILITES DE CHAQUE EVENEMENT:"
2070  :FOR I=1 TO NE
2080  :  PRINT"P( E";I;")= ";:INPUT PE(I)
2090  :NEXT I
2100  :PRINT:PRINT
2110  :PRINT"PROBABILITES CONDITIONNELLES:"
2120  :FOR I=1 TO NE
2130  :  PRINT"P( E / E";I;")= ";:INPUT PC(I)
2140  :NEXT I
2150  :PRINT CHR$(147)
2160  :PRINTTAB(9);"PROBABILITES CALCULEES"
2170  :PRINT:PRINT:PRINT
2180  :RETURN:--------------- PROBABILITES CONNUES ----
```

```
2190 :
2200 :
3000 :REM -----------------------------------------------------
3002 :REM *****       PROBABILITES CALCULEES         *****
3004 :REM -----------------------------------------------------
3010 :FOR I=1 TO NE
3020 :  PR(I)=PE(I)*PC(I)
3030 :  PT=PT+PR(I)
3040 :NEXT I
3050 :FOR I=1 TO NE
3060 :  PR(I)=PR(I)/PT
3070 :  PRINTTAB(8);"P( E";I;"/ E )=";PR(I)
3080 :NEXT I
3090 :PRINT:PRINT:PRINT
3100 :RETURN:--------------- PROBABILITES CALCULEES ------
3110 :
READY.
```

LOI NORMALE ET INFORMATION PARFAITE

TYPES DE PROBLEMES

Le modèle "la loi normale et information parfaite" permet, en utilisant le modèle de gestion du Direct Costing, de juger dans quelle mesure il est utile ou non, de rechercher des informations supplémentaires sur un produit afin d'en augmenter le niveau de vente.

Le décideur pourra, par exemple, juger :

- s'il faut lancer un produit nouveau
- s'il faut rechercher des renseignements supplémentaires sur un produit
- s'il faut arrêter la production d'un produit
- ... etc.

et il disposera d'informations très importantes concernant le produit en vente ou à mettre en vente.

LE MODELE

Le modèle de loi normale et information proposé dans ce chapitre doit permettre de calculer la valeur espérée de l'information parfaite en se basant sur l'hypothèse de probabilités continues régies par la loi normale de distribution.

Le décideur pourra, à partir de cette valeur, apprécier s'il est utile de rechercher des informations supplémentaires, pour optimiser son profit, avant de prendre une décision finale.

Le calcul en lui-même est fondé sur le modèle de gestion dit du Direct Costing (voir annexe) qui fait l'hypothèse que le profit est une fonction linéaire du niveau de vente.

Ainsi à partir du niveau de vente, des coûts fixes, des coûts variables unitaires, du prix de vente unitaire et du niveau de vente moyen a priori et de son écart-type, le modèle établira :

- Le profit conditionnel : Ce profit est défini comme proportionnel au niveau de vente actuel du produit.
- Le niveau de vente de profit nul : ou encore point mort ; il correspond au niveau de vente du produit qui n'apporte ni bénéfice, ni perte.
- Le profit espéré : Ce profit est défini comme proportionnel au niveau de vente moyen a priori, du produit.
- La valeur conditionnelle de l'information parfaite : Si le volume de vente de profit nul est supérieur au volume des ventes actuelles, il est clair qu'aucune recherche d'information supplémentaire ne peut être entreprise car le décideur ne pourrait la financer. Dans le cas contraire, la valeur de l'information parfaite est directement proportionnelle à la différence entre volume actuel des ventes et volume de profit nul et il s'avère que toute information supplémentaire visant à maximiser le profit est à rechercher et utile.
- La valeur espérée de l'information parfaite : cette valeur est proportionnelle à la densité de probabilité de la loi normale et représente la valeur que le décideur peut attribuer à la recherche d'informations supplémentaires.

Ces résultats permettent maintenant de décider sainement de l'utilité de renseignements supplémentaires sur le produit afin d'en améliorer la vente.

Dans l'éventualité où les résultats montrent qu'une information complémentaire est utile et que le décideur a recueilli ce complément, il faut améliorer la loi de distribution normale (chapitre suivant) et à nouveau employer ce modèle pour voir si une nouvelle information supplémentaire ne contribuerait pas à une amélioration du profit.

Remarque : il faut absolument que le volume de vente moyen a priori suive une loi normale et que le profit soit une fonction linéaire, pour utiliser ce modèle.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Un fabricant de stylos souhaite modifier la ligne de sa gamme, cependant avant toute modification, il aimerait savoir si ce nouveau style sera bien accueilli par le public et il fait faire une étude de marché qui donne les résultats suivants :

- Coûts fixes de production : 495 000 F
- Coûts variables unitaires : 19 F
- Prix de vente unitaire : 20 F

D'autre part, il considère a priori, que le niveau de vente moyen de ces nouveaux stylos devrait augmenter par rapport aux anciens et atteindre 500 000 unités en suivant un écart type de 80 000 unités. Il décide enfin de chercher si au niveau de vente de 450 000 stylos il est intéressant de faire une étude du comportement du public.

Résolution

- *Saisie*

```
LOI NORMALE ET INFORMATION PARFAITE


NIVEAU DE VENTE .............. ? 450000

COUTS FIXES .................. ? 495000

COUT VARIABLE UNITAIRE ....... ? 19

PRIX DE VENTE UNITAIRE ....... ? 20

NIVEAU DE VENTE MOYEN A PRIORI ? 500000

ECART TYPE DU NIVEAU DE VENTE  ? 80000
```

- *Résultats*

```
LOI NORMALE ET INFORMATION PARFAITE


PROFIT CONDITIONNEL:-45000

NIVEAU DE VENTE DE PROFIT NUL: 495000

PROFIT ESPERE .... : 5000

INFORMATION PARFAITE CONDITIONNELLE
VIP=-45000 INFO. SUPPLEMENTAIRE UTILE

INFORMATION PARFAITE ESPEREE
ESPERANCE(VIP)= 14736.5898



READY.
```

Interprétation

Le fait que le profit conditionnel soit nul indique qu'au niveau de vente de 450 000 unités, les coûts fixes ne sont pas couverts par le volume de production. Et, en affichant un déficit de 45 000 F, on peut conclure que l'on se trouve en-dessous du niveau de vente de profit nul qui est d'ailleurs de 495 000 stylos.

Quand au profit espéré, il indique que si le volume des stylos vendus atteint le niveau de vente moyen, le fabricant peut espérer un gain moyen de 5 000 F.

Une information supplémentaire est utile car le profit au volume de vente de 450 000 unités indique un déficit égal à ce que l'information parfaite, dont la valeur est égale à la perte, aurait permis d'éviter.

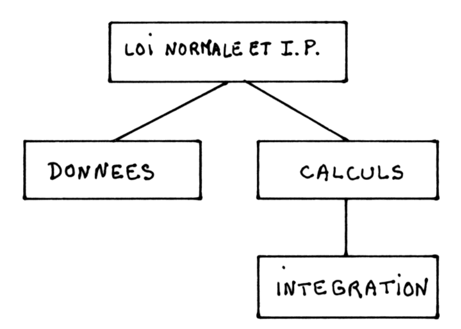
La recherche de renseignements complémentaires sur la vente du produit va provoquer un coût supplémentaire venant augmenter les frais de production. Il est clair qu'il va falloir une limite à ce coût pour que le fabricant ne soit pas à nouveau déficitaire après l'obtention des renseignements ; cette limite est établie par la valeur de l'information parfaite espérée qui représente la somme maximum que le fabricant peut investir pour obtenir une information éventuellement parfaite.

LE PROGRAMME

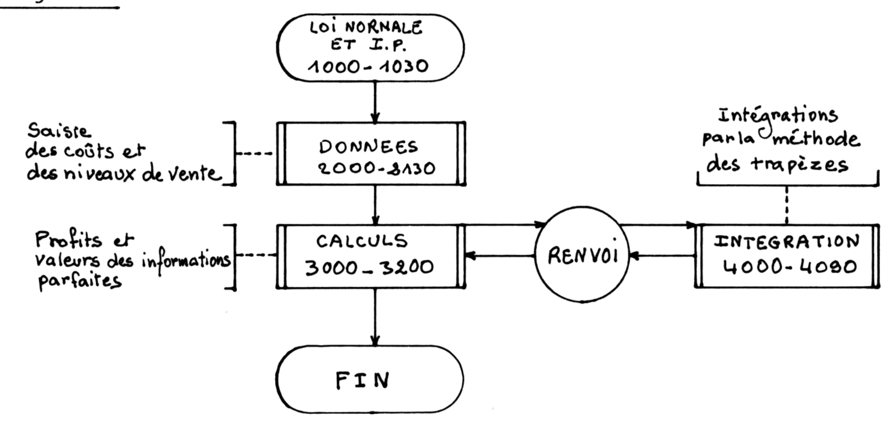
Traitement



Structure



Organigramme



Particularités

Le Basic employé pour l'écriture du programme admet la définition de fonctions. Si votre Basic ne permet pas de telles déclarations, il suffit de remplacer chaque expression du type FNA(Y) par la fonction elle-même exprimée en Y.

L'intégration est effectuée par la méthode des trapèzes et le lecteur pourra utiliser le module INTEGRATION dans tout autre programme en redéfinissant une nouvelle fonction et en donnant aux variables A,B et N des valeurs adéquates. Le résultat de l'intégration sera trouvé dans la variable S après exécution du sous-programme.

```
100  :GOTO 1000
110  ****************************************************
120  *                                                  *
130  *        LOI NORMALE ET INFORMATION PARFAITE       *
140  *        -----------------------------------       *
150  *                                                  *
160  * LISTE DES VARIABLES :                            *
170  * V       : NIVEAU DE VENTE                        *
180  * CF      : COUTS FIXES                            *
190  * CVU     : COUTS VARIABLES UNITAIRES              *
200  * PVU     : PRIX DE VENTE UNITAIRE                 *
210  * VM      : NIVEAU DE VENTE MOYEN A PRIORI         *
220  * SIGMA   : ECART TYPE DU NIVEAU DE VENTE          *
230  * PC      : PROFIT CONDITIONNEL                    *
240  * VP      : NIVEAU DE VENTE DE PROFIT NUL          *
250  * PE      : PROFIT ESPERE                          *
260  * VIP     : VALEUR DE L'INFORMATION PARFAITE       *
270  *           CONDITIONNELLE                         *
280  * EVIP    : VALEUR DE L'INFORMATION PARFAITE       *
290  *           ESPEREE                                *
300  * X       : VARIABLE DE LA FONCTION FNA            *
310  * C       : COEFFICIENT DE LA FONCTION FNA         *
320  * B       : BORNE SUPERIEURE DE L'INTEGRALE        *
330  * A       : BORNE INFERIEURE DE L'INTEGRALE        *
340  * BASN    : INTERVALLE D'INTEGRATION               *
350  * S       : SOMME POUR L'INTEGRATION DISCRETE      *
360  * N       : NOMBRE D'INTERVALLES                   *
370  *                                                  *
380  ****************************************************
390  :
400  :
1000 :REM ----------------------------------------------------
1002 :REM *****          LOI NORMALE & I.P.          *****
1004 :REM ----------------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * DONNEES *
1020 :GOSUB 3000 * CALCULS *
1030 :END:------------------- LOI NORMALE & I.P. -----
1040 :
1050 :
2000 :REM ----------------------------------------------------
2002 :REM *****               DONNEES                *****
2004 :REM ----------------------------------------------------
2010 :PRINT CHR$(147)
2020 :PRINTTAB(2);"LOI NORMALE ET INFORMATION PARFAITE"
2030 :PRINT:PRINT:PRINT
2040 :INPUT"NIVEAU DE VENTE .............. ";V:PRINT
```

```
2050 :INPUT"COUTS FIXES .................... ";CF:PRINT
2060 :INPUT"COUT VARIABLE UNITAIRE ....... ";CVU:PRINT
2070 :INPUT"PRIX DE VENTE UNITAIRE ....... ";PVU:PRINT
2080 :INPUT"NIVEAU DE VENTE MOYEN A PRIORI ";VM:PRINT
2090 :INPUT"ECART TYPE DU NIVEAU DE VENTE  ";SIGMA
2100 :PRINT CHR$(147)
2110 :PRINTTAB(2);"LOI NORMALE ET INFORMATION PARFAITE"
2120 :PRINT:PRINT:PRINT
2130 :RETURN:------------------ LOI NORMALE & I.P. -----
2140 :
2150 :
3000 :REM ---------------------------------------------------
3002 :REM *****                CALCULS                 *****
3004 :REM ---------------------------------------------------
3010 :PC=(PVU-CVU)*V-CF
3020 :PRINT"PROFIT CONDITIONNEL:";PC:PRINT
3030 :VP=CF/(PVU-CVU)
3040 :PRINT"NIVEAU DE VENTE DE PROFIT NUL:";VP:PRINT
3060 :PE=(PVU-CVU)*VM-CF
3070 :PRINT"PROFIT ESPERE .... :";PE:PRINT
3080 :PRINT"INFORMATION PARFAITE CONDITIONNELLE"
3090 :IF V>VP THEN 3130
3100 :  VIP=(PVU-CVU)*(V-VP)
3110 :  PRINT"VIP=";VIP;"INFO. SUPPLEMENTAIRE UTILE":PRINT
3120 :  GOTO 3150
3130 :PRINT"LE RESULTAT ETANT UN GAIN,L'INFORMATION"
3140 :PRINT"SUPPLEMENTAIRE S'AVERE INUTILE ET VIP=0":PRINT
3150 :PRINT"INFORMATION PARFAITE ESPEREE"
3160 :GOSUB 4000 * INTEGRATION *
3170 :EVIP=S
3180 :PRINT"ESPERANCE(VIP)=";EVIP
3190 :PRINT:PRINT:PRINT
3200 :RETURN:------------------------------- CALCULS -----
3210 :
3220 :
4000 :REM ---------------------------------------------------
4002 :REM *****              INTEGRATION               *****
4004 :REM ---------------------------------------------------
4010 :DEF FNA(X)=C*(VP-X)*EXP(-.5*((X-VM)/SIGMA)↑2)
4020 :C=.5/(SIGMA*SQR(2*π))
4030 :B=VP:A=0:N=150
4040 :BASN=(B-A)/N
4050 :FOR I=1 TO N-1
4060 :  S=S+FNA(A+I*BASN)
4070 :NEXT I
4080 :S=BASN*(S+(FNA(A)+FNA(B))*.5)
4090 :RETURN:---------------------------- INTEGRATION -----
4100 :
READY.
```

LOI NORMALE ET INFORMATION IMPARFAITE

TYPE DE PROBLEMES

La technique du sondage demande, en général, l'intervention de spécialiste or, ceux-ci provoquent une dépense qu'il faudra amortir par l'information qu'ils vont fournir. Le modèle "valeur de l'information imparfaite" va permettre au décideur de juger si le fait de demander un sondage est intéressant au niveau du profit qui en résulterait.

Le modèle permet donc, en tenant compte du coût d'échantillonnage, de décider s'il faut effectivement demander une prise d'échantillons pour obtenir une information supplémentaire.

LE MODELE

Le modèle "Loi normale et information imparfaite" comme le modèle "Loi normale et information parfaite" se base sur le modèle de gestion du Direct Costing. En conséquence, il faut s'assurer avant toute utilisation que le profit est une fonction linéaire et que la population étudiée suit bien une loi normale.

Autre que la donnée des coûts fixes, des coûts variables unitaires, du prix de vente unitaire, du niveau de vente moyen, de l'écart-type du niveau de vente, il faut spécifier :

- la taille a priori de l'échantillon : il est évident que, plus la taille de l'échantillon prélevé sera grande et plus le renseignement fourni sera fiable et précis. Néanmoins il faut noter qu'en général, le coût de l'échantillonnage est proportionnel à la taille de l'échantillon prélevé.
- L'écart type de la population : cette donnée peut être estimée par le décideur mais si elle ne l'est pas, c'est-à-dire que le décideur ne connaît pas l'écart-type de la population, on prend, à la place de l'estimation, la valeur de l'écart-type du niveau de vente moyen a priori.

A partir de ces données, le modèle calculera la valeur espérée de l'information imparfaite fournie par l'échantillon, étant entendu que plus cette valeur sera proche de celle de l'information parfaite plus l'information supplémentaire sera de qualité.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Reprenons l'exemple développé dans le modèle "Loi normale et information parfaite" : un constructeur de stylos a décidé de changer la ligne de sa gamme et a fait une étude de marché qui lui a révélé que les coûts fixes de production atteignaient 495 000 F, les coûts variables unitaires, 19 F et le prix de vente unitaire, 20 F, avec un niveau de vente moyen de 400 000 unités et d'écart type de 80 000 unités.

Or, ayant constaté que de faire une étude du comportement du public lui assurait un profit supplémentaire, il compte demander l'avis de 100 personnes prises au hasard afin de déterminer une tendance.

Cependant, avant d'entreprendre ce sondage, il calcule la valeur de l'information imparfaite fournie par l'échantillonnage afin de déterminer si la taille fixée a priori de l'échantillon est significative.

Résolution

- *Saisie*

```
        LOI NORMALE ET INFORMATION IMPARFAITE


COUTS FIXES .................. ? 495000

COUT VARIABLE UNITAIRE ....... ? 19

PRIX DE VENTE UNITAIRE ....... ? 20

NIVEAU DE VENTE MOYEN A PRIORI ? 500000

ECART TYPE DU NIVEAU DE VENTE  ? 80000

ECHANTILLON : TAILLE A PRIORI  ? 100

CONNAISSEZ-VOUS L'ECART TYPE
DE LA POPULATION (O/N) ? N
```

- *Résultats*

```
        LOI NORMALE ET INFORMATION IMPARFAITE


VALEUR DE L'INFORMATION IMPARFAITE
ESPERANCE(VII)= 9810.67713



READY.
```

Interprétation

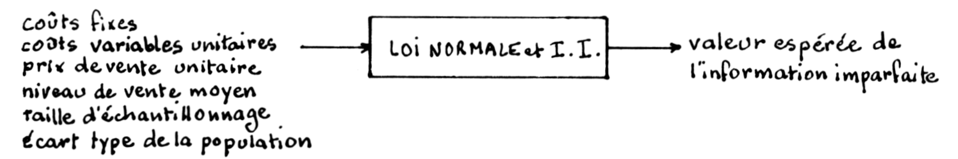
Le valeur de l'information parfaite était, pour cet exemple, d'environ 14 737 F et la valeur de l'information imparfaite est ici de 9 811 F.

Ces deux valeurs sont proches et l'on peut en conclure qu'un échantillon de taille 100 apporte une information imparfaite relativement proche de l'information parfaite.

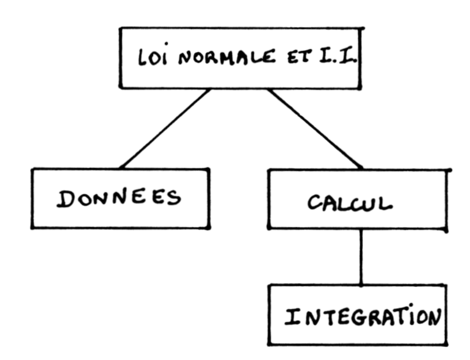
Remarque : On pourrait dès maintenant se poser le problème de la taille optimale de l'échantillon à prélever. Cependant, on n'intègrerait pas ici le coût du sondage et cette question sera résolue dans le chapitre concernant le modèle "choix de l'échantillon optimal".

LE **PROGRAMME**

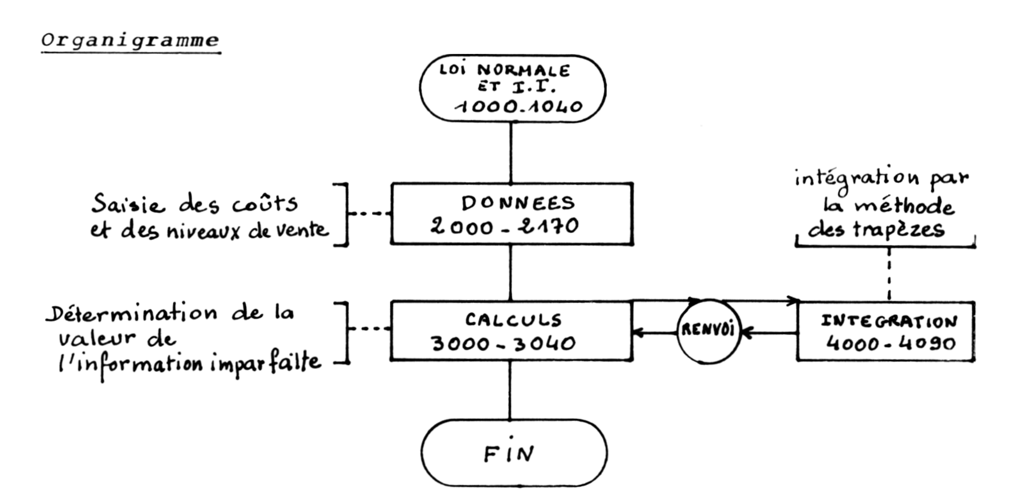
Traitement



Structure



Organigramme



Particularités

Le Basic employé pour l'écriture du programme admet la définition de fonctions. Si votre Basic ne permet pas de telles déclarations, il suffit de remplacer chaque expression du type FNA(Y) par la fonction elle-même exprimée en Y.

L'intégration est effectuée par la méthode des trapèzes et le lecteur pourra utiliser le module INTEGRATION dans tout autre programme en redéfinissant une nouvelle fonction et en donnant aux variables A,B et N des valeurs adéquates. Le résultat de l'intégration sera trouvé dans la variable S, après exécution du sous-programme.

```
100  :GOTO 1000
110 **********************************************************
120 *                                                        *
130 *       LOI NORMALE ET INFORMATION IMPARFAITE            *
140 *       ---------------------------------------          *
150 *                                                        *
160 * LISTE DES VARIABLES :                                  *
170 * CF      : COUTS FIXES                                  *
180 * CVU     : COUTS VARIABLES UNITAIRES                    *
190 * PVU     : PRIX DE VENTE UNITAIRE                       *
200 * VM      : NIVEAU DE VENTE MOYEN A PRIORI               *
210 * S0      : ECART-TYPE DU NIVEAU DE VENTE                *
220 * N       : TAILLE A PRIORI DE L'ECHANTILLON             *
230 * R$      : ECART-TYPE DE LA POPULATION CONNUE O/N       *
240 * SP      : ECART-TYPE DE LA POPULATION                  *
250 * VS      : CARRE DE LA VARATION DE L'ECART TYPE         *
260 * SX      : ESTIMATION DE L'ECART-TYPE                   *
270 * S1      : ECART-TYPE DE LA DISTRIBUTION                *
280 *           A POSTERIORI                                 *
290 * VP      : VOLUME DES VENTES DE PROFIT NUL              *
300 * EVII    : VALEUR ESPEREE DE L'INFORMATION              *
310 *           IMPARFAITE                                   *
320 * X       : VARIABLE DE CALCUL DE LA FONCTION FNA        *
330 * C       : COEFFICIENT DE LA FONCTION FNA               *
340 * D       : BORNE INFERIEURE D'INTEGRATION               *
350 * A,B     : BORNES DE L'INTEGRALE                        *
360 * BASN    : INTERVALLE D'INTEGRATION                     *
370 * S       : VALEUR DE L'INTEGRALE                        *
380 *                                                        *
390 **********************************************************
400  :
410  :
1000  :REM ----------------------------------------------------
1002  :REM *****           LOI NORMALE & I.I.            *****
1004  :REM ----------------------------------------------------
1010  :GOSUB 2000 * DONNEES *
1020  :GOSUB 3000 * CALCULS *
1030  :END:-------------------- LOI NORMALE & I.I. ------
1040  :
1050  :
2000  :REM ----------------------------------------------------
2002  :REM *****               DONNEES                   *****
2004  :REM ----------------------------------------------------
2010  :PRINT CHR$(147)
2020  :PRINTTAB(2);"LOI NORMALE ET INFORMATION IMPARFAITE"
2030  :PRINT:PRINT:PRINT
```

```
2040 :INPUT"COUTS FIXES .................. ";CF:PRINT
2050 :INPUT"COUT VARIABLE UNITAIRE ....... ";CVU:PRINT
2060 :INPUT"PRIX DE VENTE UNITAIRE ....... ";PVU:PRINT
2070 :INPUT"NIVEAU DE VENTE MOYEN A PRIORI ";VM:PRINT
2080 :INPUT"ECART TYPE DU NIVEAU DE VENTE  ";S0:PRINT
2090 :INPUT"ECHANTILLON : TAILLE A PRIORI  ";N:PRINT
2100 :PRINT"CONNAISSEZ-VOUS L'ECART TYPE"
2110 :INPUT"DE LA POPULATION (O/N) ";R$
2120 :IF R$="N" THEN 2140
2130 :  INPUT"ALORS,ECART TYPE ";SP
2140 :PRINT CHR$(147)
2150 :PRINTTAB(2);"LOI NORMALE ET INFORMATION IMPARFAITE"
2160 :PRINT:PRINT:PRINT
2170 :RETURN:------------------------------ DONNEES -----
2180 :
2190 :
3000 :REM ----------------------------------------------
3002 :REM *****             CALCULS                *****
3004 :REM ----------------------------------------------
3010 :IF R$="O" THEN 3040
3020 :  VS=SQR((S0*S0*N)/(N+1))
3030 :  GOTO 3070
3040 :SX=SP/SQR(N)
3050 :S1=SQR(S0*S0*SX*SX/(S0*S0+SX*SX))
3060 :VS=SQR(S0*S0-S1*S1)
3070 :VP=CF/(PVU-CVU)
3080 :GOSUB 4000 * INTEGRATION *
3090 :EVII=S*(PVU-CVU)*VS
3100 :PRINT"VALEUR DE L'INFORMATION IMPARFAITE"
3110 :PRINT"ESPERANCE(VII)=";EVII
3120 :PRINT:PRINT:PRINT
3130 :RETURN:------------------------------ CALCULS -----
3140 :
3150 :
4000 :REM ----------------------------------------------
4002 :REM *****           INTEGRATION              *****
4004 :REM ----------------------------------------------
4010 :DEF FNA(X)=C*(X-D)*EXP(-(X↑2)/2)
4020 :C=1/(SQR(2*π)):D=ABS(VP-VM)/VS
4030 :A=D:B=15*D:N=150
4040 :BASN=(B-A)/N
4050 :FOR I=1 TO N-1
4060 :  S=S+FNA(A+I*BASN)
4070 :NEXT I
4080 :S=BASN*(S+(FNA(A)+FNA(B))/2)
4090 :RETURN:--------------------------- INTEGRATION -----
4100 :
READY.
```

CHAINES MARKOVIENNES

TYPES DE PROBLEMES

Le modèle des chaînes Markoviennes permet l'étude des processus dont l'évolution s'effectue par étapes successives. A chaque étape, le phénomène évolue vers un des états qui peuvent le caractériser et auquel sont associées les probabilités d'évolution vers l'état suivant.

On pourra alors :

- étudier l'évolution d'un marché
- étudier l'évolution d'un comportement humain
- étudier l'évolution du fonctionnement d'une machine
- étudier la stabilité d'un phénomène
- étudier l'état d'un phénomène
- ... etc.

LE MODELE

Les chaînes Markoviennes décrivent pour chaque état de l'évolution d'un processus, les probabilités de progression vers l'état suivant et permettent de prédire, après un nombre d'états n, si l'on atteint ou non un état d'équilibre.

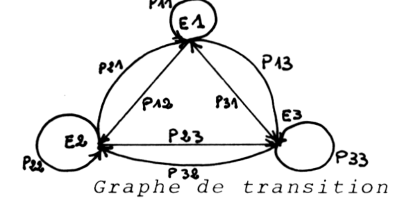
Pour cela, il est nécessaire de définir deux types de matrices.

Matrice de transition

Cette matrice est établie à partir d'un graphe de transition qui constitue une description des relations probabilités d'évolution entre les différents états.

On remarquera qu'une telle représentation des chaînes de Markov implique la nécessité que l'évolution vers un état précis ne dépende que de celui qui le précède.

Mais, voyons comment se présente le graphe de transition et sa matrice associée pour trois états E1, E2, E3.



Graphe de transition

P_{ij}=Probabilité d'évolution de l'état i à l'état j

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix}$$

Matrice de transition

Matrice d'état

Cette matrice décrit les états après n transformations et permet d'étudier l'évolution du système.

Pour notre exemple, elle est constituée d'une ligne et de trois colonnes dont chacun des éléments caractérise un état :

[E1, E2, E3]

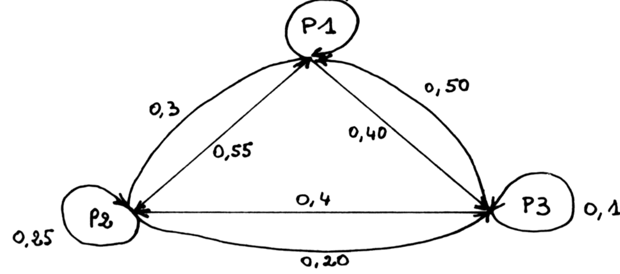
La donnée de ces deux matrices et d'un nombre n permet à présent, l'évaluation de la matrice d'état après n transitions ainsi que la détermination des valeurs des états stables, c'est-à-dire les valeurs obtenues théoriquement après une infinité de transitions.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Un fabricant de gadgets divers, propose en permanence à ses revendeurs trois produits différents qu'il renouvelle en fonction des quotats de vente. Aussi pour optimiser sa production, il a demandé une étude de marché à ses employés en vue de déterminer l'arrêt de production d'un gadget avec le moins de perte possible.

L'étude a permis de montrer que chaque année, la sensibilité des acheteurs évolue et qu'il en résulte un transfert de clientèle d'un produit vers un autre avec les probabilités suivantes :



Muni de ces informations, il est possible d'étudier l'évolution du marché sachant que la population sondée à l'origine montre un intérêt favorable pour le produit P1 à 30 %, P2 à 40 % et P3 à 35 %.

Résolution

En premier lieu, il s'agit d'établir les matrices de transition et d'état du problème :

- matrice d'état [P1, P2, P3] = [35, 40, 25]

- matrice de transition : $T = \begin{bmatrix} 0,30 & 0,30 & 0,40 \\ 0,55 & 0,25 & 0,20 \\ 0,50 & 0,40 & 0,10 \end{bmatrix}$

En second lieu, en fixant le nombre de transitions, c'est-à-dire le nombre d'années à courir, à 2 ans, on peut utiliser le programme informatique.

- *Saisie*

```
        CHAINES MARKOVIENNES

        MATRICE DE TRANSITION

NOMBRE D'ETATS ? 3

TRANSITION DE L'ETAT 1
  A L'ETAT 1 ? 0.30
  A L'ETAT 2 ? 0.30
  A L'ETAT 3 ? 0.40

TRANSITION DE L'ETAT 2
  A L'ETAT 1 ? 0.55
  A L'ETAT 2 ? 0.25
  A L'ETAT 3 ? 0.20

TRANSITION DE L'ETAT 3
  A L'ETAT 1 ? 0.50
  A L'ETAT 2 ? 0.40
  A L'ETAT 3 ? 0.10
```

```
MATRICE D'ETAT INITIALE
   REPERE 1 ? 35
   REPERE 2 ? 40
   REPERE 3 ? 25

NOMBRE DE TRANSITION ? 2
```

- *Résultats*

```
                  CHAINES MARKOVIENNES


ETATS APRES 2 TRANSITIONS

   ETAT 1 -> 42.525
   ETAT 2 -> 30.925
   ETAT 3 -> 26.55


VALEURS OBTENUES A L'ETAT STABLE

   ETAT 1 -> 42.9602888
   ETAT 2 -> 31.0469314
   ETAT 3 -> 25.9927798


READY.
```

Interprétation

Les résultats montrent qu'après deux années, ou encore 2 transitions, il s'effectue un transfert important des préférences de la clientèle. Le choix de P1 est maintenant de 42,5 %, le choix de P2 de 31 % et celui de P3 de 26,5 %. Les valeurs obtenues pour l'état stable, c'est-à-dire après une infinité de transitions, confirment d'ailleurs cette tendance puisque les préférences de la clientèle sont maintenant pour les produits P1, P2 et P3 respectivement de 43 %, 31 % et 26 % contre 35 %, 40 % et 25 % la première année de vente.

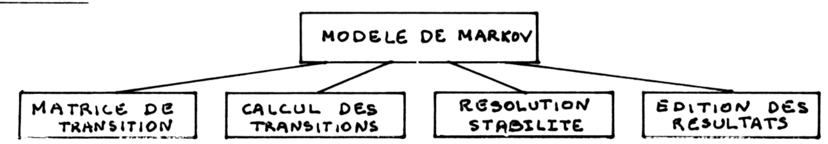
La production à stopper en premier sera donc celle de P3 qui ne gagne pas suffisamment de clientèle.

LE PROGRAMME

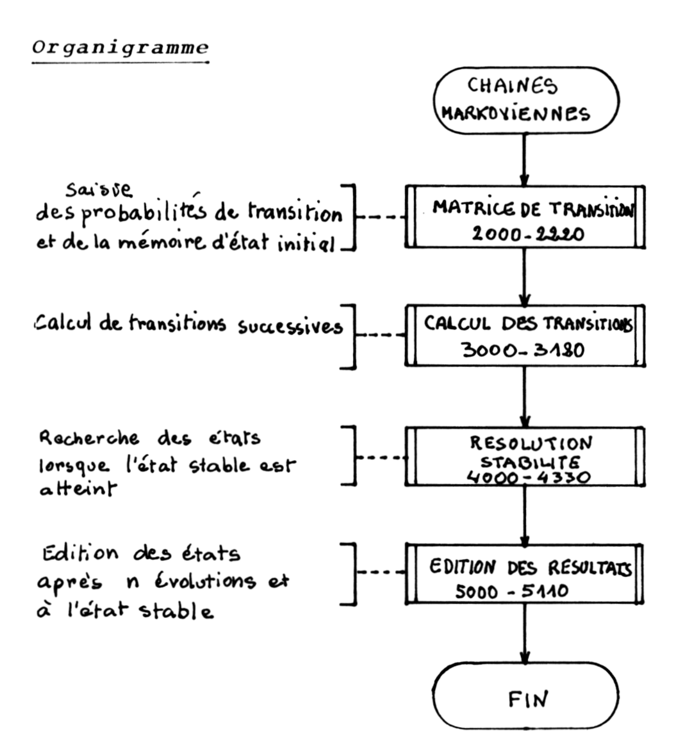
Le traitement



Structure



Organigramme



Particularité

Remarque habituelle sur la valeur initiale de la variable MAX (voir les chapitres précédents).

```
100 :GOTO 1000
110 **************************************************
120 *                                                *
130 *              CHAINES MARKOVIENNES              *
140 *              --------------------              *
150 *                                                *
160 * LISTE DES VARIABLES :                          *
170 * NR       : NOMBRES D'ETATS                     *
180 * M(NR,NR) : MATRICE DE TRANSITION               *
190 * X(NR)    : VALEURS DES ETATS A LA STABILITE    *
200 * D(2,NR)  : MATRICE D'ETAT                      *
210 * NT       : NOMBRE DE TRANSITIONS               *
220 * L1,L2    : INDICES DE LA MATRICE D'ETAT        *
230 * S        : SOMME DES VALEURS DES ETATS         *
240 * MAX      : RECHERCHE DE LA STABILITE           *
250 **************************************************
260 :
270 :
1000 :REM --------------------------------------------
1002 :REM *****       CHAINES MARKOVIENNES       *****
1004 :REM --------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * MATRICE DE TRANSITION   *
1020 :GOSUB 3000 * CALCUL DES TRANSITIONS *
1030 :GOSUB 4000 * RESOLUTION STABILITE   *
1040 :GOSUB 5000 * EDITION DES RESULTATS  *
1050 :END:----------------- CHAINES MARKOVIENNES -----
1060 :
1070 :
2000 :REM --------------------------------------------
2002 :REM *****      MATRICE DE TRANSITION       *****
2004 :REM --------------------------------------------
2010 :PRINT CHR$(147)
2020 :PRINTTAB(11);"CHAINES MARKOVIENNES":PRINT
2030 :PRINTTAB(10);"MATRICE DE TRANSITION"
2040 :PRINT:PRINT:PRINT
2050 :INPUT"NOMBRE D'ETATS ";NE:PRINT
2060 :DIM M(NE,NE),X(NE),D(2,NE)
2070 :FOR I=1 TO NE
2080 :  PRINT"TRANSITION DE L'ETAT";I
2090 :  FOR J=1 TO NE
2100 :    PRINT"  A L'ETAT";J;:INPUT M(I,J)
2110 :  NEXT J
2120 :  PRINT
2130 :NEXT I
2140 :PRINT"MATRICE D'ETAT INITIALE"
2150 :FOR I=1 TO NE
```

```
2160 :  PRINT"  REPERE";I;:INPUT D(1,I):S=S+D(1,I)
2170 :NEXT I
2180 :PRINT:INPUT"NOMBRE DE TRANSITION ";NT
2190 :PRINT CHR$(147)
2200 :PRINTTAB(10);"CHAINES MARKOVIENNES"
2210 :PRINT:PRINT:PRINT
2220 :RETURN:-------------- MATRICE DE TRANSITION -----
2230 :
2240 :
3000 :REM ----------------------------------------------
3002 :REM *****        CALCUL DES TRANSITIONS      *****
3004 :REM ----------------------------------------------
3010 :L1=1:L2=2
3020 :FOR K=1 TO NT
3030 :  FOR J=1 TO NE
3040 :    FOR I=1 TO NE
3050 :      D(L2,J)=D(L2,J)+D(L1,I)*M(I,J)
3060 :    NEXT I
3070 :  NEXT J
3080 :  L1=L1+1:L2=L2-1
3090 :  IF L1=3 THEN L1=1:L2=2
3100 :  FOR I=1 TO NE:D(L2,I)=0:NEXT I
3110 :NEXT K
3120 :RETURN:-------------- CALCUL DES TRANSITIONS -----
3130 :
3140 :
4000 :REM ----------------------------------------------
4002 :REM *****        RESOLUTION STABILITE        *****
4004 :REM ----------------------------------------------
4010 :FOR I=1 TO NE
4020 :  FOR J=I TO NE
4030 :    IF I=J THEN M(I,J)=M(I,J)-1:GOTO 4050
4040 :      K=M(I,J):M(I,J)=M(J,I):M(J,I)=K
4050 :  NEXT J
4060 :NEXT I
4070 :FOR I=1 TO NE:M(1,I)=1:NEXT I
4080 :X(1)=S
4090 :FOR K=1 TO NE-1
4100 :  MAX=-999999
4110 :  FOR I=K TO NE
4120 :    IF M(I,K)>MAX THEN MAX=M(I,K):L1=I
4130 :  NEXT I
4140 :  IF L1=K THEN 4190
4150 :    FOR J=1 TO NE
4160 :      L2=M(K,J):M(K,J)=M(L1,J):M(L1,J)=L2
4170 :    NEXT J
4180 :    X=X(K):X(K)=X(L1):X(L1)=X
4190 :  FOR I=K+1 TO NE
4195 :    L1=M(I,K)
4200 :    FOR J=K TO NE
```

```
4210 :       M(I,J)=M(I,J)-(L1*M(K,J))/M(K,K)
4220 :     NEXT J
4230 :     X(I)=X(I)-(X(K)*L1)/M(K,K)
4240 :  NEXT I
4250 :NEXT K
4260 :FOR I=NE TO 1 STEP -1
4270 :  IF I+1>NE THEN 4310
4280 :     FOR J=I+1 TO NE
4290 :       X(I)=X(I)-M(I,J)*X(J)
4300 :     NEXT J
4310 :  X(I)=X(I)/M(I,I)
4320 :NEXT I
4330 :RETURN:** RESOLUTION STABILITE **
4340 :
4350 :
5000 :REM ----------------------------------------------------------
5002 :REM *****        EDITION DES RESULTATS          *****
5004 :REM ----------------------------------------------------------
5010 :PRINT"ETATS APRES";NT;"TRANSITIONS":PRINT
5020 :FOR I=1 TO NE
5030 :  PRINT"  ETAT";I;"->";D(1,I)
5040 :NEXT I
5050 :PRINT:PRINT
5060 :PRINT"VALEURS OBTENUES A L'ETAT STABLE":PRINT
5070 :FOR I=1 TO NE
5080 :  PRINT"  ETAT";I;"->";X(I)
5090 :NEXT I
5100 :PRINT
5110 :RETURN:-------------- EDITION DES RESULTATS -----
5120 :
READY.
```

CHAPITRE IV

DECISION EN ETAT D'ATTENTE

STRUCTURE GENERALE D'UN PHENOMENE D'ATTENTE

Un phénomène d'attente constituera, pour notre usage, une structure composite de quatre sous-structures :

1- L'arrivée

La variable essentielle de cette sous-structure sera le taux moyen des arrivées qui représente le nombre moyen d'éléments liés au phénomène et pénétrant dans la sous-structure file d'attente.

2- File d'attente

Cette sous-structure a pour but de modéliser une salle d'attente et l'on pourra connaître en général, le nombre moyen d'unités en file et le temps moyen d'attente. Ces caractéristiques de l'attente sont essentiellement liées à celles de la sous structure suivante, le service.

3- Le service

Cette sous-structure constitue le but de l'attente. C'est par exemple, après l'attente dans une salle, le cabinet d'un médecin.

Le service conditionne, bien entendu, l'attente c'est pourquoi, il sera important de préciser le taux moyen du service c'est-à-dire le nombre d'éléments quittant le service par unité de temps, pour aller dans la sous-structure suivante.

D'ailleurs on étudie, en général, la file d'attente en même temps que le service, en composant ainsi une structure appelée système, dont on détermine quatre caractéristiques importantes.

- Le nombre moyen d'unités dans le système correspondant aux unités dans la file et en cours de service.
- Le temps moyen d'attente dans le système correspondant à la durée du service rendu, attente comprise.
- La probabilité d'existence d'un temps mort : c'est la probabilité qu'aucun élément ne se trouve ni dans la sous-structure, file d'attente, ni dans la sous-structure, service.
- La probabilité d'avoir n unités dans le système : la valeur de la variable n est affectée par le nombre d'unités test. Cette probabilité apporte un renseignement fort intéressant sur le phénomène d'attente et c'est elle que l'on cherche en général à minimiser lorsque n est supérieur à 2.

On considère que la sous-structure service peut comporter plusieurs stations, c'est-à-dire plusieurs lieux où le service peut être rendu. Elle sera alors caractérisée par son nombre de stations. Si ce nombre est égal à 1, on parle de système simple, dont on peut déterminer le temps moyen du service ; dans le cas contraire, on parle de système multiple, dont on détermine le temps moyen du service par station.

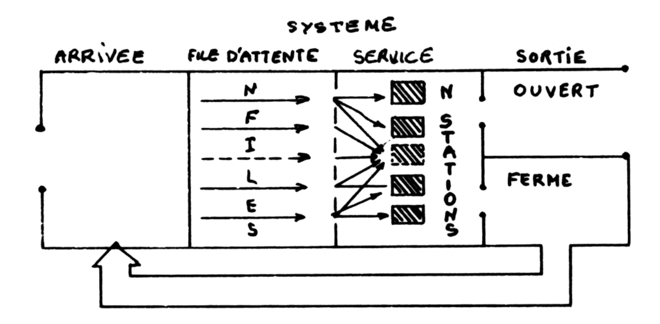
4- La sortie

On considère deux types de sorties :

1/ sortie de système ouvert : les éléments entrant dans cette sous-structure sont susceptibles d'aller vers d'autres phénomènes d'attente ou encore de retourner à la structure arrivée.

2/sortie de système fermé : les éléments entrant dans cette sous-structure ont l'unique possibilité de retourner vers la sous-structure arrivée.

SCHEMA DE STRUCTURE D'UN PHENOMENE D'ATTENTE



LOI DES ARRIVEES ET DES SERVICES

On considère en général que les lois des arrivées sont poissonniennes et que les lois de service sont exponentielles car on a pu vérifier par expérience que ces lois sont les plus fréquemment vérifiées par les phénomènes d'attente.

SYSTEME OUVERT SIMPLE

TYPES DE PROBLEMES

On traitera tous les phénomènes d'attente correspondant au cas du système ouvert à une station.

LE MODELE

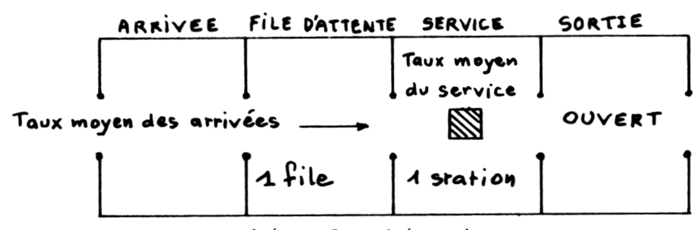


Schéma du phénomène

Lorsque l'on aura défini la moyenne de la loi des arrivées, (loi de Poisson) c'est-à-dire le nombre moyen d'unités entrant dans la sous-structure arrivée par unité de temps, et la moyenne de la loi du service (loi exponentielle), c'est-à-dire le nombre moyen d'unités entrant dans la sous-structure sortie par unité de temps, on pourra obtenir, à l'aide du programme informatique, les caractéristiques les plus usuelles d'un système ouvert à une station.

Par exemple, en fixant un nombre d'unités test, on pourra calculer la probabilité d'avoir à un instant t, ce nombre d'unités dans le système.

Cependant, les caractéristiques ne seront fournies que dans le cas où l'intensité du trafic - rapport du taux moyen des arrivées sur le taux moyen en service - est inférieur à 1. Lorsque le cas contraire se produit, cela signifie que le service ne peut plus absorber l'attente et calculer les caractéristiques n'aurait alors évidemment aucun sens.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Nous allons prendre l'exemple d'une cafétaria n'ayant qu'une chaîne en service et dont le propriétaire a pu établir qu'il servait 4 clients toutes les 6 minutes à la chaîne de service, et qu'il en partait 4 toutes les 5 minutes avec un plateau complet.

Nous nous proposons de déterminer les caractéristiques de cette cafétaria ainsi que la probabilité d'avoir 10 personnes dans le système, afin de gérer au mieux l'entreprise.

Résolution

On calcule, avant la saisie, le taux moyen des arrivées de 4/6 de client par minute et le taux moyen du service de 4/5 de client à chaque unité de temps.

- *Saisie*

```
SYSTEME OUVERT - UNE STATION


TAUX MOYEN DES ARRIVEES ....... ? 0.666

TAUX MOYEN DU SERVICE ......... ? 0.8

NOMBRE D'UNITES TEST ...........? 10
```

- *Résultats*

```
SYSTEME OUVERT - UNE STATION


INTENSITE DU TRAFIC
  -> .8325

PROBABILITE D'EXISTENCE D'UN TEMPS MORT
  -> .1675

PROBABILITE D'AVOIR 10 ELEMENTS DANS S
  -> .0267828775

NOMBRE D'UNITES DANS LE SYSTEME
  -> 4.97014926


SUITE ? OUI

SYSTEME OUVERT - UNE STATION


TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LE SYSTEME
  -> 7.46268656

NOMBRE D'UNITES DANS LA FILE
  -> 4.13764926

TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LA FILE
  -> 6.21268656

TEMPS MOYEN DE SERVICE
  -> 1.25


READY.
```

Interprétation

Les résultats obtenus permettent de constater que l'intensité du trafic n'est pas trop élevée et que la probabilité d'existence d'un temps mort est faible. Le propriétaire peut donc organiser une campagne de promotion visant à augmenter la pro-

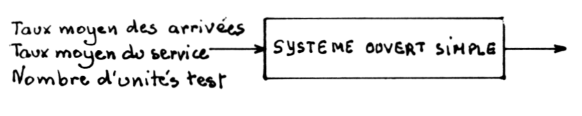
babilité d'avoir 10 personnes dans le système constitué par la file d'attente et la chaîne de service. L'augmentation de cette probabilité venant par contre-coup modifier le nombre moyen de personnes dans le système, actuellement de 5, et le nombre moyen de personnes dans la file.

Quant aux temps d'attente, ils sont élevés puisque l'on reste presque 8 minutes dans le système avec 6 minutes d'attente pure. Le propriétaire, cherchant à rentabiliser sa cafétaria, devra tenter de garder les temps d'attente fixes en agissant essentiellement sur le temps moyen de service qui demande 1 minute et 25 secondes par client.

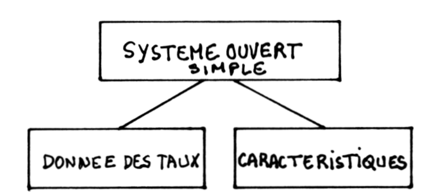
En conclusion, on atteindra une meilleure rentabilité en organisant une campagne de promotion et en augmentant la rapidité de la chaîne de service.

LE PROGRAMME

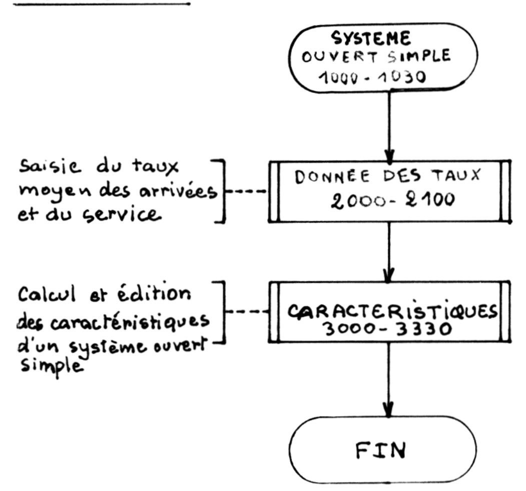
Le traitement



Structure



Organigramme



Particularités

Le programme est articulé de façon à permettre l'affichage de deux écrans successifs et ne permet pas le retour au premier écran. Néanmoins, une légère modification pourrait rendre possible cette manipulation car aucune variable n'est détruite d'un écran à l'autre.

```
100 :GOTO 1000
110 ************************************************************
120 *                                                          *
130 *                  SYSTEME OUVERT SIMPLE                   *
140 *                  ---------------------                   *
150 *                                                          *
160 * LISTE DES VARIABLES :                                    *
170 * TA      : TAUX MOYEN DES ARRIVEES                        *
180 * TS      : TAUX MOYEN DU SERVICE                          *
190 * N       : NOMBRE D'UNITES TEST                           *
200 * PHI     : INTENSITE DU TRAFIC                            *
210 * P0      : PROBABILITE D'EXISTENCE D'UN TEMPS MORT*
220 * PN      : PROBA. D'AVOIR N UNITES DANS LE SYSTEME*
230 * NSM     : NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LE SYSTEME  *
240 * TMS     : TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LE SYSTEME  *
250 * NFM     : NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LA FILE     *
260 * TFM     : TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LA FILE     *
270 * TMS     : TEMPS MOYEN DE SERVICE                 *
280 * S$      : UTILISEE POUR OBTENIR UN DEUXIEME ECRAN*
290 *                                                          *
300 ************************************************************
310 :
320 :
1000 :REM -----------------------------------------------------
1002 :REM *****        SYSTEME OUVERT SIMPLE          *****
1004 :REM -----------------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * DONNEE DES TAUX  *
1020 :GOSUB 3000 * CARACTERISTIQUES *
1030 :END:------------------- SYSTEME OUVERT SIMPLE -----
1040 :
1050 :
2000 :REM -----------------------------------------------------
2002 :REM *****             DONNEE DES TAUX           *****
2004 :REM -----------------------------------------------------
2010 :PRINT CHR$(147)
2020 :PRINTTAB(7);"SYSTEME OUVERT - UNE STATION"
2030 :PRINT:PRINT:PRINT
2040 :INPUT"TAUX MOYEN DES ARRIVEES ....... ";TA:PRINT
2050 :INPUT"TAUX MOYEN DU SERVICE ......... ";TS:PRINT
2060 :INPUT"NOMBRE D'UNITES TEST ..........";N
2070 :PRINT CHR$(147)
2080 :PRINTTAB(7);"SYSTEME OUVERT - UNE STATION"
2090 :PRINT:PRINT:PRINT
2100 :RETURN:--------------------- DONNEE DES TAUX -----
2110 :
2120 :
```

```
3000 :REM --------------------------------------------------------------
3002 :REM *****          CARACTERISTIQUES          *****
3004 :REM --------------------------------------------------------------
3010 :PHI=TA/TS
3020 :PRINT"INTENSITE DU TRAFIC"
3030 :PRINT"  ->";PHI:PRINT
3040 :IF PHI<1 THEN 3080
3050 :  PRINT"LE SERVICE NE PEUT ABSORBER L'ATTENTE"
3060 :  PRINT"IL SE PRODUIT UN PHENOMENE D'ENGORGEMENT"
3070 :  GOTO 3330 * RETURN *
3080 :P0=1-PHI
3090 :PRINT"PROBABILITE D'EXISTENCE D'UN TEMPS MORT"
3100 :PRINT"  ->";P0:PRINT
3110 :PN=(PHI↑N)*(1-PHI)
3120 :PRINT"PROBABILITE D'AVOIR";N;"ELEMENTS DANS S"
3130 :PRINT"  ->";PN:PRINT
3140 :NSM=PHI/P0
3150 :PRINT"NOMBRE D'UNITES DANS LE SYSTEME"
3160 :PRINT"  ->";NSM:PRINT:PRINT:PRINT
3170 :INPUT"SUITE ";S$
3180 :PRINT CHR$(147)
3190 :PRINTTAB(7);"SYSTEME OUVERT - UNE STATION"
3200 :PRINT:PRINT:PRINT
3210 :TMS=1/(TS-TA)
3220 :PRINT"TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LE SYSTEME"
3230 :PRINT"  ->";TMS:PRINT
3240 :NFM=PHI*NSM
3250 :PRINT"NOMBRE D'UNITES DANS LA FILE"
3260 :PRINT"  ->";NFM:PRINT
3270 :TFM=PHI*TMS
3280 :PRINT"TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LA FILE"
3290 :PRINT"  ->";TFM:PRINT
3300 :TMS=1/TS
3310 :PRINT"TEMPS MOYEN DE SERVICE"
3320 :PRINT"  ->";TMS:PRINT:PRINT
3330 :RETURN: ----------------------------CARACTERISQUES------
3340 :
READY.
```

SYSTEME OUVERT MULTIPLE

TYPES DE PROBLEMES

On traitera tous les phénomènes d'attente correspondant au cas du système ouvert à plusieurs stations.

LE MODELE

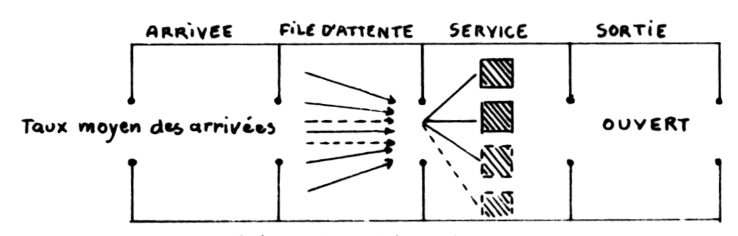


Schéma du phénomène.

La présentation de ce modèle est pratiquement la même que celle du modèle du système ouvert simple si ce n'est qu'il faut préciser le nombre de stations en service, en tenant compte du fait qu'il conditionne l'absorption de l'attente.

Le lecteur désireux d'utiliser ce modèle se reportera donc au modèle précédent avant de continuer.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Un quincaillier dispose de trois employés qui doivent à la fois servir les clients et gérer les stocks des rayons dont ils ont la charge. Ce travail leur permet de satisfaire une demande moyenne de 8 clients par heure. Or, il arrive dans le magasin un nombre moyen de 20 clients par heure et conscient du fait qu'il satisfait à la demande, il souhaite connaître les caractéristiques du phénomène d'attente ainsi paramétré afin de (peut-être) mieux rentabiliser le fonctionnement de sa quincaillerie.

Résolution

On établit rapidement que le taux moyen des arrivées est de 20 par heure alors que celui du service est 8 clients par heure à répartir sur 3 stations (3 employés).

On peut donc effectuer la saisie des taux en spécifiant un nombre d'unités test de 3 clients par exemple.

- *Saisie*

```
SYSTEME OUVERT - PLUSIEURS STATIONS

TAUX MOYEN DES ARRIVEES ? 20

TAUX MOYEN DU SERVICE . ? 8

NOMBRE DE STATIONS .... ? 3

NOMBRE D'UNITES TEST .. ? 3
```

- *Résultats*

```
     SYSTEME OUVERT - PLUSIEURS STATIONS


INTENSITE DU TRAFIC
  -> 2.5

FACTEUR D'UTITLISATION DES STATIONS
  -> .833333333

PROBABILITE D'EXISTENCE D'UN TEMPS MORT
  -> .0449438202

NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LE SYSTEME
  -> 6.01123596

TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LE SYSTEME
  -> .210674157


SUITE ? OUI



     SYSTEME OUVERT - PLUSIEURS STATIONS


NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LA FILE
  -> 3.51123595

TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LA FILE
  -> .175561798

PROBABILITE D'ATTENTE NON NULLE
  -> .702247191

NOMBRE MOYEN DE STATIONS INOCCUPEES
  -> .5


READY.
```

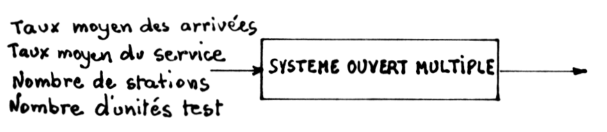
Interprétation

Le quincaillier n'est pas satisfait des caractéristiques obtenues car il estime le facteur d'utilisation de ses employés est trop élevé, et il comprend maintenant pourquoi le désordre règne dans sa quincaillerie.

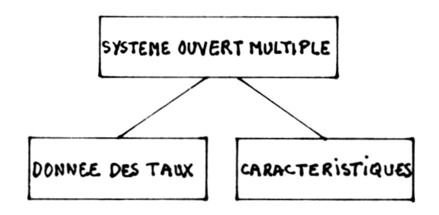
Aussi, étant donné les temps d'attente dépassant les 10 minutes et les nombres moyens d'unité élevés, à la fois dans le système et la file d'attente, il sent le besoin d'un nouvel employé. Ce dernier permettrait de diminuer la probabilité d'attente non nulle et de modifier les autres variables de façon à contenter au mieux la clientèle.

LE PROGRAMME

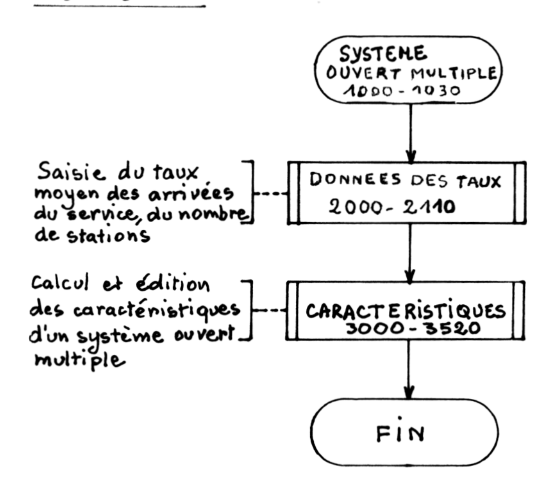
Traitement



Structure



Organigramme



Particularités

Les caractéristiques du phénomène d'attente sont obtenues sur deux écrans successifs, cependant une modification dans le module de commande : SYSTEME OUVERT MULTIPLE pourrait permettre d'obtenir à nouveau les résultats sans saisir à nouveau les taux.

```
100  :GOTO 1000
110 **************************************************
120 *                                                *
130 *              SYSTEME OUVERT MULTIPLE           *
140 *              -----------------------           *
150 *                                                *
160 * LISTE DES VARIABLES :                          *
170 * TA      : TAUX MOYEN DES ARRIVEES              *
180 * TS      : TAUX MOYEN DU SERVICE                *
190 * N       : NOMBRE D'UNITES TEST                 *
200 * PHI     : INTENSITE DU TRAFFIC                 *
210 * ITS     : FACTEUR D'UTILISATION DES STATIONS   *
220 * SF      : FACTORIELLE S                        *
230 * T1,T2,K: VARIABLES UTILISEES POUR CALCULER P0  *
240 * P0      : PROBABILITE D'EXISTENCE D'UN TEMPS MORT*
250 * NF      : FACTORIELLE N                        *
260 * PN      : PROBABILITE D' AVOIR N ELEMENTS DANS *
270 *           LE SYSTEME                           *
280 * MSM     : NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LE SYSTEME *
290 * TSM     : TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LE SYSTEME *
300 * NFM     : NOMBRE MOYEN D'UNITES EN FILE        *
310 * TFM     : TEMPS MOYEN D'ATTENTE EN FILE        *
320 * PA      : PROBABILITE D'ATTENTE NON NULLE      *
330 * NSIM    : NOMBRE MOYEN DE STATIONS INOCCUPEES  *
340 * S$      : UTILISEE POUR OBTENIR UN 2IEME ECRAN *
350 *                                                *
360 **************************************************
370  :
380  :
1000  :REM ---------------------------------------------
1002  :REM *****     SYSTEME OUVERT MULTIPLE       *****
1004  :REM ---------------------------------------------
1010  :GOSUB 2000 * DONNEE DES TAUX  *
1020  :GOSUB 3000 * CARACTERISTIQUES *
1030  :END:-------------- SYSTEME OUVERT MULTIPLE ------
1040  :
1050  :
2000  :REM ---------------------------------------------
2002  :REM *****          DONNEE DES TAUX          *****
2004  :REM ---------------------------------------------
2010  :PRINT CHR$(147)
2020  :PRINTTAB(3);"SYSTEME OUVERT - PLUSIEURS STATIONS"
2030  :PRINT:PRINT:PRINT
2040  :INPUT"TAUX MOYEN DES ARRIVEES ";TA:PRINT
2050  :INPUT"TAUX MOYEN DU SERVICE . ";TS:PRINT
2060  :INPUT"NOMBRE DE STATIONS .... ";S:PRINT
```

```
2070 :INPUT"NOMBRE D'UNITES TEST .. ";N
2080 :PRINT CHR$(147)
2090 :PRINTTAB(3);"SYSTEME OUVERT - PLUSIEURS STATIONS"
2100 :PRINT:PRINT:PRINT
2110 :RETURN: -------------------- DONNEE DES TAUX -----
2120 :
2130 :
3000 :REM ---------------------------------------------------
3002 :REM *****          CARACTERISTIQUES            *****
3004 :REM ---------------------------------------------------
3010 :PHI=TA/TS
3020 :PRINT"INTENSITE DU TRAFIC"
3030 :PRINT"  ->";PHI:PRINT
3040 :ITS=PHI/S
3050 :PRINT"FACTEUR D'UTITLISATION DES STATIONS"
3060 :PRINT"  ->";ITS:PRINT
3070 :IF ITS<1 THEN 3120
3080 :  PRINT"LE NOMBRE DE STATIONS EST TROP FAIBLE"
3090 :  PRINT"POUR ABSORBER L'ATTENTE."
3100 :  PRINT"IL SE PRODUIT UN PHENOMENE D'ENGORGEMENT"
3110 :  GOTO 3520 * RETURN *
3120 :SF=1
3130 :FOR I=1 TO S:SF=SF*I:NEXT I
3140 :T1=(PHI↑S)/((1-ITS)*SF)
3150 :K=1:T2=1
3160 :FOR I=1 TO S-1
3170 :  K=K*I:T2=T2+(PHI↑I)/K
3180 :NEXT I
3190 :P0=1/(T1+T2)
3200 :PRINT"PROBABILITE D'EXISTENCE D'UN TEMPS MORT"
3210 :PRINT"  ->";P0:PRINT
3220 :NF=1
3230 :FOR I=1 TO N:NF=NF*I:NEXT I
3240 :IF N>=S THEN 3300
3250 :  PN=P0*(PHI↑N)/NF
3260 :  GOTO 3280
3270 :PN=P0*(PHI↑N)/(SF*(S↑(N-S)))
3280 :PRINT"PROBABILITE D'AVOIR";N;"ELEMENTS DANS S"
3290 :PRINT"  ->";PN:PRINT
3300 :MSM=PHI+P0*(PHI↑(S+1))/((SF/S)*((S-PHI)↑2))
3310 :PRINT"NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LE SYSTEME"
3320 :PRINT"  ->";MSM:PRINT
3330 :TSM=P0*(PHI↑(S-1))/(TS*((1-ITS)↑2)*SF)
3340 :PRINT"TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LE SYSTEME"
3350 :PRINT"  ->";TSM:PRINT:PRINT
3360 :INPUT"SUITE ";S$
3370 :PRINT CHR$(147)
3380 :PRINTTAB(3);"SYSTEME OUVERT - PLUSIEURS STATIONS"
3390 :PRINT:PRINT:PRINT
3400 :NFM=P0*(PHI↑(S+1))/((S*SF)*((1-ITS)↑2))
```

```
3410 :PRINT"NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LA FILE"
3420 :PRINT"   ->";NFM:PRINT
3430 :TFM=TSM*(PHI/S)
3440 :PRINT"TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LA FILE"
3450 :PRINT"   ->";TFM:PRINT
3460 :PA=P0*(PHI↑S)/(SF*(1-ITS))
3470 :PRINT"PROBABILITE D'ATTENTE NON NULLE"
3480 :PRINT"   ->";PA:PRINT
3490 :NSIM=S-PHI
3500 :PRINT"NOMBRE MOYEN DE STATIONS INOCCUPEES"
3510 :PRINT"   ->";NSIM:PRINT:PRINT
3520 :RETURN:------------------- CARACTERISTIQUES -----
3530 :
READY.
```

SYSTEME FERME SIMPLE

TYPES DE PROBLEMES

On traitera, à l'aide de ce modèle, tous les problèmes correspondant au cas d'un système fermé à une station.

LE MODELE

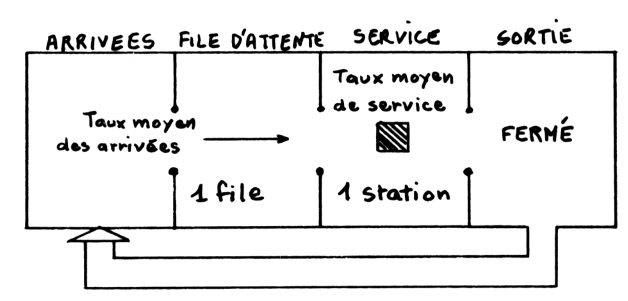


Schéma du phénomène

Le lecteur reprendra, avant de continuer, la présentation du modèle du système ouvert simple.

On se trouve ici dans le cas d'un système fermé : les unités ayant (donc) profité du service, retournent à la sous-structure arrivée, afin de prendre une place dans la file d'attente. Il sera donc important de préciser le nombre d'unités dans le phénomène pour ce type de problèmes.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Une entreprise souhaite faire l'acquisition d'une nouvelle machine qui permet de peindre automatiquement un produit, par période de 20 minutes. Cependant, il faut plusieurs passages par cette machine avant que toutes les couches soient effectivement peintes. Ceci impose un temps moyen de séchage de 30 minutes par produit avant qu'on ne le représente à la machine.

Etant donné que l'entreprise doit produire 40 produits de ce type par jour, il devient important d'étudier plus avant les caractéristiques du phénomène d'attente constitué par le service rendu par la machine.

Résolution

En considérant que le nombre de couches est suffisamment grand pour pouvoir négliger la première, on peut fixer le taux moyen des arrivées à 2 produits par heure et le taux moyen du service à 3 produits par heure.

Quant au nombre d'unités dans le phénomène d'attente, étant de 40 par jour, il est de 5 par heure.

- *Saisie*

```
           SYSTEME FERME - UNE STATION


TAUX MOYEN DES ARRIVEES ? 2

TAUX MOYEN DU SERVICE . ? 3

NOMBRE D'UNITES DANS P. ? 5

NOMBRE D'UNITES TEST .. ? 2
```

- *Résultats*

```
           SYSTEME FERME - UNE STATION


INTENSITE DU TRAFIC
  -> .666666667

PROBABILITE D'EXISTENCE D'UN TEMPS MORT
  -> .0141831553

PROBABILITE D'AVOIR 2 ELEMENTS DANS S
  -> .126072492

NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LE SYSTEME
  -> 3.52127473


SUITE ? OUI




           SYSTEME FERME - UNE STATION


NOMBRE MOYEN D'UNITE DANS LA FILE
  -> 2.53545789

TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LA FILE
  -> .857312019

DUREE MOYENNE DU SERVICE
  -> .333333333



READY.
```

Interprétation

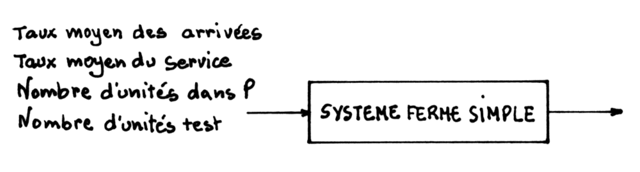
Les caractéristiques révélées par l'étude montrent que la machine convient au besoin de l'entreprise. Ainsi, l'intensité du trafic est convenable, la probabilité d'existence d'un temps

mort prouve une bonne utilisation du temps machine. Les autres résultats montrent que l'entreprise peut acquérir cette machine sans risque, si elle conserve une production journalière de de 40 produits.

Dans le cas contraire, on atteindra rapidement le phénomène d'engorgement ; la machine ne subvenant plus aux besoins.

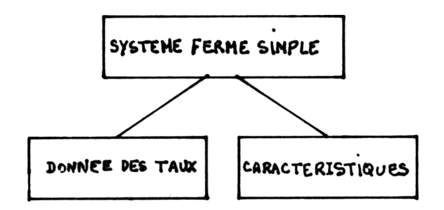
LE PROGRAMME

Le traitement

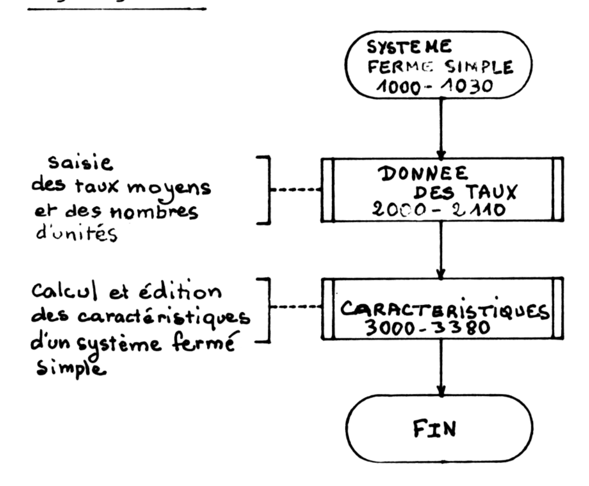


Intensité du trafic
Probabilité d'existence d'un temps mort.
Probabilité d'avoir n éléments dans le système
Nombre moyen d'unités dans le système.
Nombre moyen d'unités dans la file.
Temps moyen d'attente dans la file.
Durée moyenne du service

Structure



Organigramme



Particularité

Il y a possibilité en modifiant le programme, d'obtenir les deux écrans disponibles l'un à la suite de l'autre, à volonté, sans saisir chaque fois les données.

```
100  :GOTO 1000
110  ******************************************************
120  *                                                    *
130  *              SYSTEME FERME SIMPLE                  *
140  *              --------------------                  *
150  *                                                    *
160  * LISTE DES VARIABLES :                              *
170  * TA      : TAUX MOYEN DES ARRIVEES                  *
180  * TS      : TAUX MOYEN DU SERVICE                    *
190  * M       : NOMBRE D'UNITES DANS LE SYSTEME          *
200  * N       : NOMBRE D'UNITES TEST                     *
210  * PHI     : INTENSITE DU TRAFFIC                     *
220  * MF      : FACTORIELLE M                            *
230  * MNF     : FACTORIELLE DE LA DIFF. ENTRE M ET N     *
240  * P0      : PROBA. D'EXISTENCE D'UN TEMPS MORT       *
250  * PN      : PROBABILITE D'AVOIR N ELEMENTS DANS      *
260  *           LE SYSTEME                               *
270  * NSM     : NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LE SYSTEME    *
280  * NFM     : NOMBRE MOYEN D'UNITES EN FILE            *
290  * TFM     : TEMPS MOYEN D'ATTENTE EN FILE            *
300  * DSM     : DUREE MOYENNE DU SERVICE                 *
310  *                                                    *
320  ******************************************************
330  :
340  :
1000  :REM -----------------------------------------------
1002  :REM *****       SYSTEME FERME SIMPLE          *****
1004  :REM -----------------------------------------------
1010  :GOSUB 2000 * DONNEE DES TAUX  *
1020  :GOSUB 3000 * CARACTERISTIQUES *
1030  :END:------------------- SYSTEME FERME SIMPLE -----
1040  :
1050  :
2000  :REM -----------------------------------------------
2002  :REM *****          DONNEE DES TAUX            *****
2004  :REM -----------------------------------------------
2010  :PRINT CHR$(147)
2020  :PRINTTAB(7);"SYSTEME FERME - UNE STATION"
2030  :PRINT:PRINT:PRINT
2040  :INPUT"TAUX MOYEN DES ARRIVEES ";TA:PRINT
2050  :INPUT"TAUX MOYEN DU SERVICE .  ";TS:PRINT
2060  :INPUT"NOMBRE D'UNITES DANS P.  ";M:PRINT
2070  :INPUT"NOMBRE D'UNITES TEST ..  ";N
2080  :PRINT CHR$(147)
2090  :PRINTTAB(7);"SYSTEME FERME - UNE STATION"
2100  :PRINT:PRINT:PRINT
```

```
2110 :RETURN:------------------------- DONNEE DES TAUX ------
2120 :
2130 :
3000 :REM ------------------------------------------------------
3002 :REM *****           CARACTERISTIQUES              *****
3004 :REM ------------------------------------------------------
3010 :PHI=TA/TS
3020 :PRINT"INTENSITE DU TRAFIC"
3030 :PRINT"   ->";PHI:PRINT
3040 :MF=1
3050 :FOR I=1 TO M:MF=MF*I:NEXT I
3060 :FOR I=1 TO M-1
3070 :  MNF=1
3080 :  FOR J=1 TO M-I
3090 :    MNF=MNF*J
3100 :  NEXT J
3110 :  P0=P0+(PHI↑I)/MNF
3120 :NEXT I
3130 :P0=1/((P0+(PHI↑M))*MF+1)
3140 :PRINT"PROBABILITE D'EXISTENCE D'UN TEMPS MORT"
3150 :PRINT"   ->";P0:PRINT
3160 :MNF=1
3170 :FOR I=1 TO M-N:MNF=MNF*I:NEXT I
3180 :PN=MF*(PHI↑N)*P0/MNF
3190 :PRINT"PROBABILITE D'AVOIR";N;"ELEMENTS DANS S"
3200 :PRINT"   ->";PN:PRINT
3210 :NSM=M-(1-P0)/PHI
3220 :PRINT"NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LE SYSTEME"
3230 :PRINT"   ->";NSM:PRINT:PRINT
3240 :INPUT"SUITE ";S$
3250 :PRINT CHR$(147)
3260 :PRINTTAB(7);"SYSTEME FERME - UNE STATION"
3270 :PRINT:PRINT:PRINT
3280 :NFM=NSM-1+P0
3290 :PRINT"NOMBRE MOYEN D'UNITE DANS LA FILE"
3300 :PRINT"   ->";NFM:PRINT
3310 :TFM=(M/(1-P0)-((1+PHI)/PHI))/TS
3320 :PRINT"TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LA FILE"
3330 :PRINT"   ->";TFM:PRINT
3340 :DMS=1/TS
3350 :PRINT"DUREE MOYENNE DU SERVICE"
3360 :PRINT"   ->";DMS:PRINT
3370 :PRINT:PRINT:PRINT
3380 :RETURN:--------------------- CARACTERISTIQUES ------
3390 :
READY.
```

SYSTEME FERME MULTIPLE

TYPES DE PROBLEMES

On traitera, à l'aide de ce modèle, tous les problèmes correspondant au cas du système fermé multiple.

LE MODELE

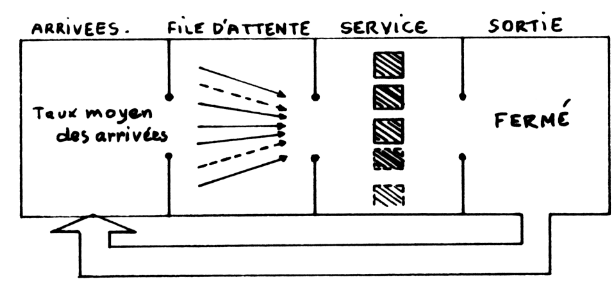


Schéma du phénomène

Le modèle du système fermé multiple est quasiment identique au modèle du système fermé simple puisqu'il ne diffère que par la spécification du nombre de stations en service. Aussi, le lecteur se reportera aux modèles des phénomènes d'attente précédents pour obtenir des renseignements complémentaires.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Employés dans une entreprise de service informatique, M. X et M. Y sont opérateurs et ils sont chargés de l'entretien d'un ensemble de 15 imprimantes. Ces dernières ont un débit important et chacune d'elles nécessite une intervention en moyenne toutes les 1/2 heures. M. X a mesuré le temps moyen d'entretien d'une imprimante et a appris à M. Y qu'il était de 5 mn par machine. M. Y surpris de pouvoir effectuer une moyenne de 12 interventions par heure, s'est demandé si l'emploi de 2 personnes pour l'entretien était réellement justifié. Comme M. Y le fit, nous allons vérifier si il est absolument nécessaire d'avoir deux employés chargés des interventions.

Résolution

- *Saisie*

```
SYSTEME FERME - PLUSIEURS STATIONS


TAUX MOYEN DES ARRIVEES . ? 2

TAUX MOYEN DU SERVICE ... ? 12

NOMBRE DE STATIONS ...... ? 2

NOMBRE D'UNITES DANS LE P ? 15

NOMBRE D'UNITES TEST .... ? 2
```

- *Résultats*

```
SYSTEME FERME - PLUSIEURS STATIONS


INTENSITE DU TRAFFIC
  -> .166666667

FACTEUR D'UTILISATION DES STATIONS
  -> .0833333333

PROBABILITE D'EXISTENCE D'UN TEMPS MORT
  -> .0447846268

PROBABILITE D'AVOIR 2 UNITES DANS S
  -> .130621828

NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LE SYSTEME
  -> 4.20919253

NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LA FILE
  -> 2.41072335


SUITE ? OUI



SYSTEME FERME - PLUSIEURS STATIONS


TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LA FILE
  -> .111702639

NOMBRE MOYEN DE STATIONS INOCCUPPEES
  -> .201530821

PROBABILITE D'ATTENTE NON NULLE
  -> .843261408

COEFFICIENT D'ATTENTE
  -> .16071489

COEFFICIENT D'INACTIVITE
  -> .10076541


READY.
```

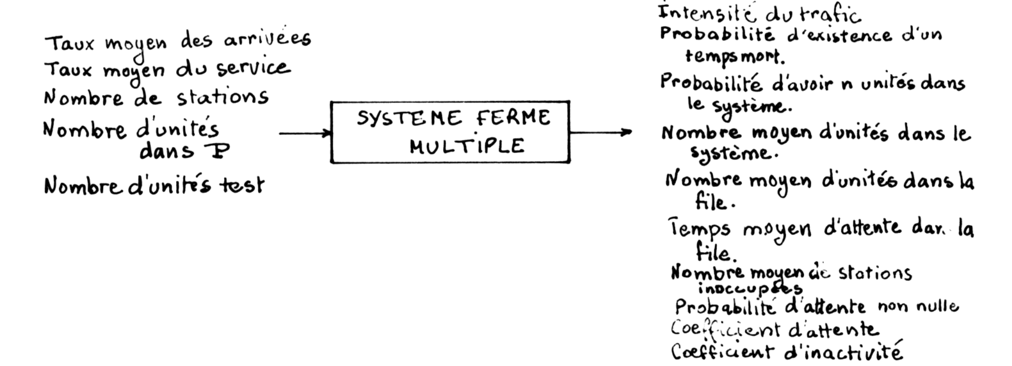
Interprétation

L'intensité du trafic et le facteur d'utilisation d'un opérateur sont faibles ; il semble donc que les craintes de M. Y soient justifiées. D'ailleurs, le nombre moyen d'unités dans le système de 4 imprimantes par heure et le nombre moyen d'unités dans la file de 2 machines confirment cette tendance.

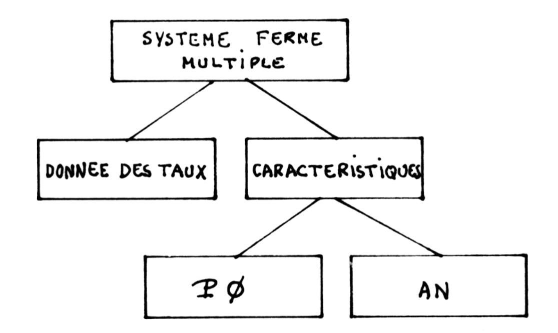
L'employeur de cette entreprise semble donc pouvoir se passer des services de l'un des opérateurs. Néanmoins, avant de prendre la décision de l'éventuelle suppression d'un poste, il faudrait s'assurer que l'attente ne devient pas démesurée et que le coût de l'attente ne vient pas dépasser celui de M. Y.

LE PROGRAMME

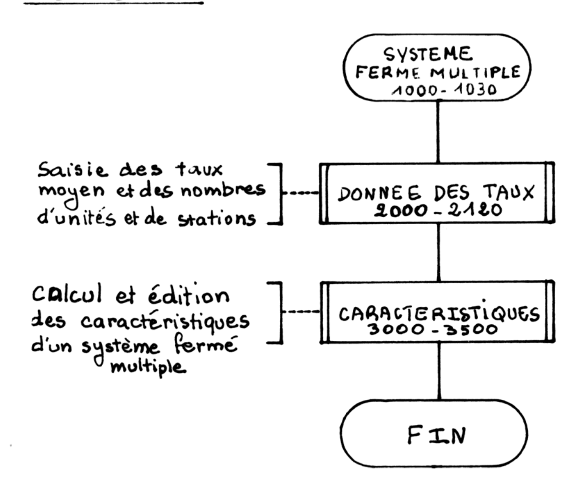
Le traitement

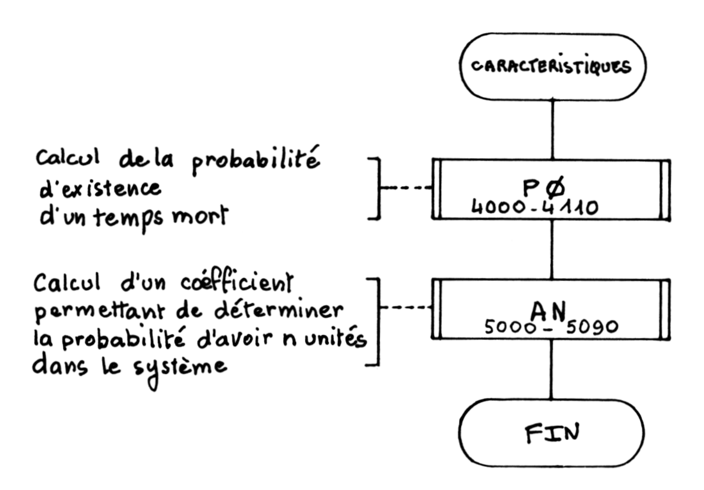


Structure



Organigramme





Particularités

L'affichage s'effectue sur deux écrans successifs et il est impossible de passer du second écran au premier sans modifier le programme.

```
100  :GOTO 1000
110  ***************************************************
120  *                                                 *
130  *               SYSTEME FERME MULTIPLE            *
140  *               ----------------------            *
150  *                                                 *
160  * LISTE DES VARIABLES :                           *
170  * TA      : TAUX MOYEN DES ARRIVEES               *
180  * TS      : TAUX MOYEN DU SERVICE                 *
190  * M       : NOMBRE DE STATIONS                    *
200  * N       : NOMBRE D'UNITES DANS LE PHENOMENE     *
210  * PHI     : INTENSITE DU TRAFFIC                  *
220  * K       : PARAMETRE DE CALCUL DES AN            *
230  * T1,T2   : UTILISEES POUR CALCULER  NFM,NIS,NSM  *
240  * P0      : PROBA. D'EXISTENCE D'UN TEMPS MORT    *
250  * PN      : PROBABILITE D'AVOIR N ELEMENTS DANS   *
260  *           LE SYSTEME                            *
270  * NSM     : NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LE SYSTEME *
280  * NFM     : NOMBRE MOYEN D'UNITES EN FILE         *
290  * TFM     : TEMPS MOYEN D'ATTENTE EN FILE         *
300  * NIS     : NOMBRE MOYEN DE STATIONS INOCCUPEES   *
310  * A0      : VALEUR POUR CALCULER AN PAR RECURRENCE *
320  * AN      : UTILISEE POUR CALCULER P0 ET PN       *
330  * PA      : PROBABILITE D'ATTENTE NON NULLE       *
340  * K1      : COEFFICIENT D'ATTENTE                 *
350  * K2      : COEFFICIENT D'INACTIVITE              *
360  * S$      : UTILISEE POUR OBTENIR UN 2IEMME ECRAN *
370  *                                                 *
380  ***************************************************
390  :
400  :
1000  :REM ------------------------------------------------
1002  :REM *****        SYSTEME FERME MULTIPLE        *****
1004  :REM ------------------------------------------------
1010  :GOSUB 2000 * DONNEE DES TAUX  *
1020  :GOSUB 3000 * CARACTERISTIQUES *
1030  :END:---------------- SYSTEME FERME MULTIPLE -----
1040  :
1050  :
2000  :REM ------------------------------------------------
2002  :REM *****           DONNEE DES TAUX            *****
2004  :REM ------------------------------------------------
2010  :PRINT CHR$(147)
2020  :PRINTTAB(3);"SYSTEME FERME - PLUSIEURS STATIONS"
2030  :PRINT:PRINT:PRINT
2040  :INPUT"TAUX MOYEN DES ARRIVEES . ";TA:PRINT
```

```
2050 :INPUT"TAUX MOYEN DU SERVICE ... ";TS:PRINT
2060 :INPUT"NOMBRE DE STATIONS ...... ";S:PRINT
2070 :INPUT"NOMBRE D'UNITES DANS LE P ";M:PRINT
2080 :INPUT"NOMBRE D'UNITES TEST .... ";N
2090 :PRINT CHR$(147)
2100 :PRINTTAB(3);"SYSTEME FERME - PLUSIEURS STATIONS"
2110 :PRINT:PRINT:PRINT
2120 :RETURN:-------------------- DONNEE DES TAUX -----
2130 :
2140 :
3000 :REM -----------------------------------------------
3002 :REM *****         CARACTERISTIQUES          *****
3004 :REM -----------------------------------------------
3010 :PHI=TA/TS
3020 :PRINT"INTENSITE DU TRAFFIC"
3030 :PRINT"  ->";PHI:PRINT
3040 :ITS=PHI/S
3050 :PRINT"FACTEUR D'UTILISATION DES STATIONS"
3060 :PRINT"  ->";ITS:PRINT
3070 :GOSUB 4000 * P0 *
3080 :PRINT"PROBABILITE D'EXISTENCE D'UN TEMPS MORT"
3090 :PRINT"  ->";P0:PRINT
3100 :K=N:GOSUB 5000 * AN *
3110 :PN=AN*P0
3120 :PRINT"PROBABILITE D'AVOIR";N;"UNITES DANS S"
3130 :PRINT"  ->";PN:PRINT
3140 :T1=S*P0:T2=0:A0=1:AN=0
3150 :FOR N=1 TO M
3160 :  IF N>S THEN 3190
3170 :    AN=A0*PHI*(M-N+1)/N:T1=T1+AN*P0*(S-N)
3180 :    GOTO 3200
3190 :  AN=A0*PHI*(M-N+1)/S:T2=T2+AN*P0*(N-S)
3200 :  A0=AN
3210 :NEXT N
3220 :NFM=T2:NIS=T1:NSM=S-T1+T2
3230 :PRINT"NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LE SYSTEME"
3240 :PRINT"  ->";NSM:PRINT
3250 :PRINT"NOMBRE MOYEN D'UNITES DANS LA FILE"
3260 :PRINT"  ->";NFM:PRINT:PRINT
3270 :INPUT"SUITE ";S$
3280 :PRINT CHR$(147)
3290 :PRINTTAB(3);"SYSTEME FERME - PLUSIEURS STATIONS"
3300 :PRINT:PRINT:PRINT
3310 :TFM=NFM/(TA*(M-NSM))
3320 :PRINT"TEMPS MOYEN D'ATTENTE DANS LA FILE"
3330 :PRINT"  ->";TFM:PRINT
3340 :PRINT"NOMBRE MOYEN DE STATIONS INOCCUPPEES"
3350 :PRINT"  ->";NIS:PRINT
3360 :K=S:GOSUB 5000 * AN *
3370 :T1=AN*P0:A0=AN
```

```
3380 :FOR N=S+1 TO M
3390 :   AN=A0*PHI*(M-N+1)/S:A0=AN
3400 :   T1=T1+AN*P0
3410 :NEXT N
3420 :PA=T1
3430 :PRINT"PROBABILITE D'ATTENTE NON NULLE"
3440 :PRINT"   ->";PA:PRINT
3450 :K1=NFM/M:K2=NIS/S
3460 :PRINT"COEFFICIENT D'ATTENTE"
3470 :PRINT"   ->";K1:PRINT
3480 :PRINT"COEFFICIENT D'INACTIVITE"
3490 :PRINT"   ->";K2:PRINT
3500 :RETURN:------------------------- CARACTERISTIQUES -----
3510 :
3520 :
4000 :REM ------------------------------------------------------
4002 :REM *****                   P0                       *****
4004 :REM ------------------------------------------------------
4010 :A0=1:T1=1
4020 :FOR I=1 TO M
4030 :   T1=T1+AN
4040 :   IF I>=S THEN 4070
4050 :      AN=A0*PHI*(M-I+1)/I
4060 :      GOTO 4080
4070 :   AN=A0*PHI*(M-I+1)/S
4080 :   A0=AN
4090 :NEXT I
4100 :P0=1/T1
4110 :RETURN:------------------------------------------ P0 -----
4120 :
4130 :
5000 :REM ------------------------------------------------------
5002 :REM *****                   AN                       *****
5004 :REM ------------------------------------------------------
5010 :A0=1:AN=0
5020 :FOR I=1 TO K
5030 :   IF I>=S THEN 5060
5040 :      AN=A0*PHI*(M-I+1)/I
5050 :      GOTO 5070
5060 :   AN=A0*PHI*(M-I+1)/S
5070 :   A0=AN
5080 :NEXT I
5090 :RETURN:------------------------------------------ AN -----
5100 :
READY.
```

CHAPITRE V

DECISION EN ETAT D'OPPOSITION

PHENOMENE DE CONCURRENCE

Les modèles pratiques de décision en état d'opposition sont basés sur la théorie des jeux et mettent en scène deux concurrents aux intérêts contradictoires ou opposés.

Jusqu'à présent nous avons vu des méthodes permettant de résoudre efficacement des problèmes au caractère combinatoire ou stochastique, ici, nous allons introduire le concept de concurrence. Les modèles de la théorie des jeux considèrent pour cela, que l'environnement n'est plus passif mais qu'il constitue au contraire une entité intelligente et prudente.

Le décideur étant confronté au monde extérieur lors de la prise de décision, nous verrons les jeux à deux joueurs.

JEUX A DEUX OPPOSANTS

Afin d'étudier les jeux à deux opposants, il est nécessaire de donner quelques définitions qui permettront par la suite de les classer par type et de les résoudre au mieux.

- Matrice de gains : on l'appelle aussi matrice des jeux. On la représente :

joueur 2 ou {environnement / opposant}

joueur 1 ou décideur

	E_1	E_2	....	E_n
S_1	G_{11}	G_{12}		
S_2	G_2			
--			G_{ij}	
S_m				

G_{ij} = Gain du joueur 1 jouant S_i lorsque le joueur 2 joue E_j

- Somme nulle : on parle d'un jeu à deux opposants à somme nulle lorsque la somme des gains d'un joueur est égale à la somme des pertes de l'autre joueur.
- Point d'équilibre : on dit aussi point-selle ou col. L'existence d'un tel point est réalisée lorsque l'optimum d'un joueur correspond à l'optimum de l'autre (le maximin des gains de l'un est égal au minimax des pertes de l'autre).
- Stratégie pure : une stratégie est ainsi qualifiée lorsqu'elle représente pour le joueur l'optimum quel que soit le jeu de l'adversaire.
- Stratégie mélangée : ou stratégie mixte. Le jeu de l'adversaire revêt ici une importance quant à la stratégie optimale du joueur. Le choix de la stratégie fera dans ce cas, l'objet d'une simulation régie par le modèle.
- Stratégie dominante : une stratégie est ainsi qualifiée lorsque les gains relatifs aux autres stratégies sont inférieurs ou égaux à ceux de la stratégie dominante. Lorsque celle-ci se présente, le décideur doit, bien entendu, la mettre en oeuvre.

- Valeur du jeu : lorsque le jeu possède un point d'équilibre, la valeur du jeu est la valeur de ce point.

REMARQUE IMPORTANTE

Les modèles proposés par la suite ne permettent que l'étude des jeux où le nombre des stratégies envisageable par chaque joueur est égal à 2.

Néanmoins, on peut être amené à traiter des problèmes comportant plus de deux stratégies par joueur, dans le cas où il existe des stratégies dominées.

Afin de déterminer l'existence de telles stratégies, il suffit de tester la matrice des gains à l'aide du modèle nommé ELIMINATIONS.

DECISION EN ETAT D'OPPOSITION ELIMINATIONS

TYPES DE PROBLEMES

Ce n'est pas d'un modèle à proprement parlé dont il est question ici, mais plutôt d'un outil qui doit permettre de tester l'existence d'une stratégie dominante et de stratégies dominées dans la matrice des gains.

La mise en évidence de telles stratégies doit permettre à l'utilisateur :

- de traiter des problèmes comportant plus de deux stratégies en considérant comme optimale la stratégie dominante ;
- de ramener un problème comportant plus de deux stratégies à un problème en comportant deux exactement après élimination des stratégies données.

LE MODELE

Le programma informatique détermine une éventuelle stratégie dominante pour chaque joueur ainsi quc les stratégies dominées de la matrice des gains lorsqu'elles existent.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Déterminons les stratégies dominantes et dominées de la matrice des gains suivante :

	E1	E2	E3
S1	4	8	7
S2	1	4	5
S3	5	3	6

Résolution

- *Saisie*

```
                JEU A DEUX JOUEURS

             RECHERCHE DES DOMINATIONS


NOMBRE DE STRATEGIES DU JOUEUR 1 ? 3

NOMBRE DE STRATEGIES DU JOUEUR 2 ? 3

SAISIE DES GAINS LORSQUE LE JOUEUR 1 :

  JOUE LA STRATEGIE 1 ET LE JOUEUR 2 :
    LA STRATEGIE 1 ? 4
    LA STRATEGIE 2 ? 8
    LA STRATEGIE 3 ? 7
```

```
JOUE LA STRATEGIE 2 ET LE JOUEUR 2 :
  LA STRATEGIE 1 ? 1
  LA STRATEGIE 2 ? 4
  LA STRATEGIE 3 ? 5

JOUE LA STRATEGIE 3 ET LE JOUEUR 2 :
  LA STRATEGIE 1 ? 5
  LA STRATEGIE 2 ? 3
  LA STRATEGIE 3 ? 6
```

- *Résultats*

```
                JEU A DEUX JOUEURS

              RECHERCHE DES DOMINATIONS



  STRATEGIE DOMINEE    POUR J1 : S 2
  STRATEGIE DOMINEE    POUR J2 : S 1

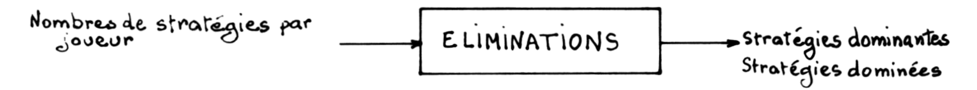

READY.
```

Interprétation

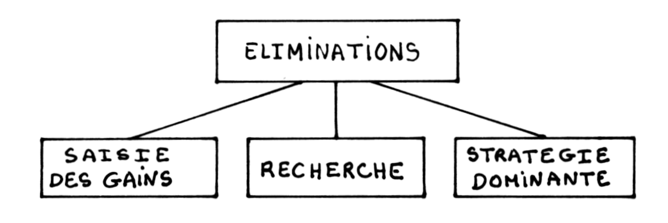
Etant donné qu'il n'existe pas de stratégie dominante, le problème n'est pas résolu. Néanmoins, puisqu'il existe des stratégies dominées, on peut réduire la matrice des gains et même résoudre le problème à l'aide des modèles des jeux à deux joueurs à deux stratégies. Pour cela, il suffit d'éliminer les stratégies dominées.

LE PROGRAMME

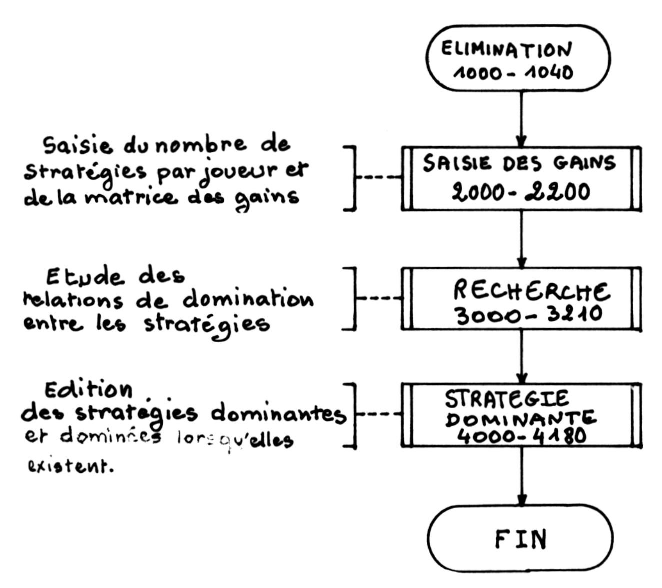
Le traitement



Structure



Organigramme



Particularité

L'objet du programme informatique n'est pas la résolution d'un problème, son but n'est que la détermination des stratégies dominantes et surtout des stratégies dominées en vue de leur élimination. Ceci afin d'utiliser l'un des modèles des pages suivantes.

```
100 :GOTO 1000
110 *************************************************************
120 *                                                           *
130 *                        ELIMINATIONS                       *
140 *                        ------------                       *
150 *                                                           *
160 * LISTE DES VARIABLES :                                     *
170 * N1S        : NOMBRE DE STRATEGIES DU JOUEUR 1             *
180 * N2S        : NOMBRE DE STRATEGIES DU JOUEUR 2             *
190 * G(N1S,N2S): TABLEAU DES GAINS                             *
200 * F1,F2      : DRAPEAUX DETERMINANT  LA DOMINATION          *
210 *              D'UNE STRATEGIE                              *
220 * F3,F4      : DRAPEAUX DE SELECTION DE L'AFFICHAGE         *
230 *                                                           *
240 *************************************************************
250 :
260 :
1000 :REM -----------------------------------------------------------
1002 :REM *****             ELIMINATIONS                    *****
1004 :REM -----------------------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * SAISIE DES GAINS     *
1020 :GOSUB 3000 * RECHERCHE            *
1030 :GOSUB 4000 * STRATEGIE DOMINANTE  *
1040 :END:-------------------------- ELIMINATIONS -----
1050 :
1060 :
2000 :REM -----------------------------------------------------------
2002 :REM *****             SAISIE DES GAINS                *****
2004 :REM -----------------------------------------------------------
2010 :PRINT CHR$(147)
2020 :PRINTTAB(11);"JEU A DEUX JOUEURS":PRINT
2030 :PRINTTAB(8);"RECHERCHE DES DOMINATIONS"
2040 :PRINT:PRINT:PRINT
2050 :INPUT"NOMBRE DE STRATEGIES DU JOUEUR 1 ";N1S:PRINT
2060 :INPUT"NOMBRE DE STRATEGIES DU JOUEUR 2 ";N2S:PRINT
2070 :DIM G(N1S,N2S)
2080 :PRINT"SAISIE DES GAINS LORSQUE LE JOUEUR 1 :":PRINT
2090 :FOR I=1 TO N1S
2100 :  PRINT"  JOUE LA STRATEGIE";I;"ET LE JOUEUR 2 :"
2110 :  FOR J=1 TO N2S
2120 :    PRINT"    LA STRATEGIE";J;:INPUT G(I,J)
2130 :  NEXT J
2140 :  PRINT
2150 :NEXT I
2160 :PRINT CHR$(147)
2170 :PRINTTAB(11);"JEU A DEUX JOUEURS":PRINT
```

```
2180 :PRINTTAB(8);"RECHERCHE DES DOMINATIONS"
2190 :PRINT:PRINT:PRINT
2200 :RETURN:---------------------- SAISIE DES GAINS -----
2210 :
2220 :
3000 :REM ----------------------------------------------------
3002 :REM *****              RECHERCHE                 *****
3004 :REM ----------------------------------------------------
3010 :FOR K=1 TO N1S
3020 :  FOR I=1 TO N1S
3030 :    IF I=K THEN 3110
3040 :      FOR J=1 TO N2S
3050 :        IF G(K,J)<G(I,J) THEN F1=1:J=N2S
3060 :      NEXT J
3070 :      IF F1<>0 THEN 3100
3080 :        IF G(I,0)<>2 THEN G(I,0)=1
3090 :        F2=F2+1
3100 :      F1=0
3110 :  NEXT I
3120 :  IF F2=N1S-1 THEN G(K,0)=2
3130 :  F2=0
3140 :NEXT K
3150 :FOR K=1 TO N2S
3160 :  FOR J=1 TO N2S
3170 :    IF J=K THEN 3250
3180 :      FOR I=1 TO N1S
3190 :        IF G(I,K)<G(I,J) THEN F1=1:I=N1S
3200 :      NEXT I
3210 :      IF F1<>0 THEN 3240
3220 :        IF G(0,J)<>2 THEN G(0,J)=1
3230 :        F2=F2+1
3240 :      F1=0
3250 :  NEXT J
3260 :  IF F2=N2S-1 THEN G(0,K)=2
3270 :  F2=0
3280 :NEXT K
3290 :RETURN:-------------------------------- RECHERCHE ----
3300 :
3310 :
4000 :REM ----------------------------------------------------
4002 :REM *****         STRATEGIE DOMINANTE            *****
4004 :REM ----------------------------------------------------
4010 :FOR I=1 TO N1S
4020 :  IF G(I,0)<>2 THEN 4050
4030 :    PRINT"  STRATEGIE DOMINANTE POUR J1 : S";I
4040 :    F3=1:F4=1
4050 :NEXT I
4060 :IF F3=1 THEN F3=0:GOTO 4120
4070 :  FOR I=1 TO N1S
```

```
4080 :      IF G(I,0)<>1 THEN 4110
4090 :        PRINT"  STRATEGIE DOMINEE   POUR J1  :  S";I
4100 :        F4=1
4110 :   NEXT I
4120 :FOR I=1 TO N2S
4130 :   IF G(0,I)<>2 THEN 4160
4140 :      PRINT"  STRATEGIE DOMINANTE POUR J2  :  S";I
4150 :      F3=1:F4=1
4160 :NEXT I
4170 :IF F3=1 THEN 4230
4180 :   FOR I=1 TO N1S
4190 :      IF G(0,I)<>1 THEN 4220
4200 :        PRINT"  STRATEGIE DOMINEE   POUR J2  :  S";I
4210 :        F4=1
4220 :   NEXT I
4230 :IF F4=1 THEN 4250
4240 :   PRINT"AUCUNE RELATION DE DOMINATION DETECTEE"
4250 :PRINT:PRINT
4260 :RETURN:----------------- STRATEGIE DOMINANTE ----
4270 :
READY.
```

JEUX A DEUX OPPOSANTS
SOMME NULLE ET POINT D'EQUILIBRE
(DEUX STRATEGIES)

TYPES DE PROBLEMES

Le modèle présenté permet la résolution des problèmes de concurrence qu'il est possible de formuler par une matrice des gains de dimension 2, c'est-à-dire correspondant à deux stratégies pour le joueur et deux ripostes pour l'adversaire.

C'est le cas dans de nombreux problèmes de décision :

- en stratégie commerciale ;
- en stratégie militaire ;
- en stratégie ludique ;
- etc.

LE MODELE

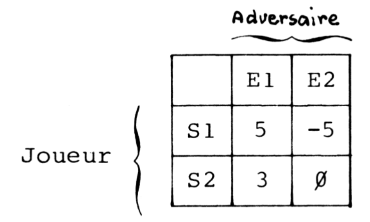
Limité à deux stratégies par joueur, le modèle de décision des jeux à deux opposants à somme nulle, et avec point d'équilibre, détermine la valeur du jeu et les stratégies optimales des deux joueurs.

Le meilleur choix correspond, dans un tel jeu au maximim des gains du joueur 1, ou encore au minimax des pertes du joueur 2 ; l'optimum étant le même pour les deux opposants lorsqu'il existe un point d'équilibre. Le résultat ne fait pas dans ce cas, l'objet d'une simulation car les deux joueurs adoptent une stratégie pure, déterminée par la valeur du jeu.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Deux joueurs s'opposent dans une longue partie de Go. Après de nombreux coups joués, on arrive à la phase de jeu représentée par la matrice des gains suivante :



	E1	E2
S1	5	-5
S2	3	Ø

Les gains représentent le nombre de pierres prises par le joueur ou perdues par l'adversaire

Il s'agit ici de déterminer la valeur du jeu et les stratégies optimales du joueur et de son adversaire.

Résolution

- *Saisie*

```
                    JEU A DEUX JOUEURS

              SOMME NULLE ET POINT D'EQUILIBRE

                  CAS DE DEUX STARTEGIES


SAISIE DES GAINS LORSQUE LE JOUEUR 1 :

  JOUE LA STRATEGIE 1 ET LE JOUEUR 2 :
    LA STRATEGIE : E 1 ? 5
    LA STRATEGIE : E 2 ? -5

  JOUE LA STRATEGIE 2 ET LE JOUEUR 2 :
    LA STRATEGIE : E 1 ? 3
    LA STRATEGIE : E 2 ? 0
```

- *Résultat*

```
                    JEU A DEUX JOUEURS

              SOMME NULLE ET POINT D'EQUILIBRE


LA VALEUR DU JEU EST : 0

IL S'AGIT :

        POUR LE JOUEUR 1 DE JOUER : S 2

      & POUR LE JOUEUR 2 DE JOUER : E 2

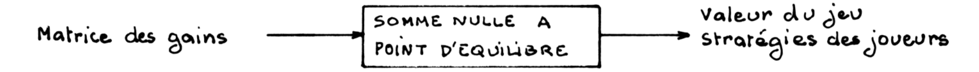

READY.
```

Interprétation

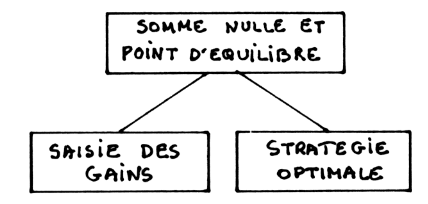
La valeur de cette phase de jeu est Ø, on la qualifie alors d'équitable car aucun des joueurs n'est lésé, lorsque le joueur 1 joue la stratégie 2 et son adversaire E2. Ces stratégies correspondent pourtant à l'optimum pour les deux opposants.

LE PROGRAMME

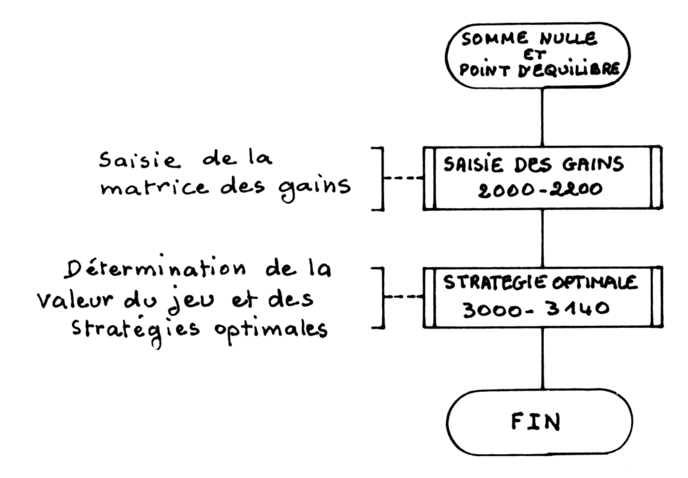
Le traitement



Structure



Organigramme



Particularité

Attention aux valeurs initiales de MAX et MIN aux lignes 3010 et 3030.

```
100 :GOTO1000
110 ***********************************************************
120 *                                                         *
130 *           SOMME NULLE & POINT D'EQUILIBRE               *
140 *           -------------------------------               *
150 *                                                         *
160 * LISTE DES VARIABLES :                                   *
170 * N1S,N2S     : NOMBRE DE STRATEGIES DES JOUEURS          *
180 * G(N1S,N2S): TABLEAU DES GAINS                           *
190 * MIN         : MINIMUM DU MAXIMIN                        *
200 * MAX         : MAXIMUM DU MAXIMIN                        *
210 * R1,R2       : UTILISEES POUR LA RECHERCHE DE MIN        *
220 * G1,G2       : UTILISEES POUR LA RECHERCHE DE MAX        *
230 *                                                         *
240 ***********************************************************
250 :
260 :
1000 :REM -------------------------------------------------------
1002 :REM *****  SOMME NULLE & POINT D'EQUILIBRE  *****
1004 :REM -------------------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * SAISIE DES GAINS    *
1020 :GOSUB 3000 * STRATEGIE OPTIMALE *
1030 :END:------- SOMME NULLE & POINT D'EQUILIBRE -----
1040 :
1050 :
2000 :REM -------------------------------------------------------
2002 :REM *****          SAISIE DES GAINS            *****
2004 :REM -------------------------------------------------------
2010 :PRINT CHR$(147)
2020 :PRINTTAB(11);"JEU A DEUX JOUEURS":PRINT
2030 :PRINTTAB(4);"SOMME NULLE ET POINT D'EQUILIBRE"
2040 :PRINT:PRINTTAB(9);"CAS DE DEUX STARTEGIES"
2050 :PRINT:PRINT
2060 :N1S=2:N2S=2
2070 :DIM G(N1S,N2S)
2080 :PRINT"SAISIE DES GAINS LORSQUE LE JOUEUR 1  :":PRINT
2090 :FOR I=1 TO N1S
2100 :  PRINT"  JOUE LA STRATEGIE";I;"ET LE JOUEUR 2 :"
2110 :  FOR J=1 TO N2S
2120 :    PRINT"    LA STRATEGIE : E";J;:INPUT G(I,J)
2130 :  NEXT J
2140 :  PRINT
2150 :NEXT I
2160 :PRINT CHR$(147)
2170 :PRINTTAB(11);"JEU A DEUX JOUEURS":PRINT
2180 :PRINTTAB(4);"SOMME NULLE ET POINT D'EQUILIBRE"
```

```
 2190 :PRINT:PRINT:PRINT
 2200 :RETURN:------------------- SAISIE DES GAINS -----
 2210 :
 2220 :
 3000 :REM ---------------------------------------------
 3002 :REM *****        STRATEGIE OPTIMALE         *****
 3004 :REM ---------------------------------------------
 3010 :MAX=-999999
 3020 :FOR I=1 TO N1S
 3030 :  MIN=999999
 3040 :  FOR J=1 TO N2S
 3050 :    IF G(I,0)=1 OR G(0,J)=1 THEN
 3060 :      IF G(I,J)<MIN THEN MIN=G(I,J):R1=I:R2=J
 3070 :  NEXT J
 3080 :  IF MIN>MAX THEN MAX=MIN:G1=R1:G2=R2
 3090 :NEXT I
 3100 :PRINT"LA VALEUR DU JEU EST :":MAX:PRINT
 3110 :PRINT"IL S'AGIT :":PRINT
 3120 :PRINT"        POUR LE JOUEUR 1 DE JOUER : S";G1
 3130 :PRINT"      & POUR LE JOUEUR 2 DE JOUER : E";G2
 3140 :RETURN:----------------- STRATEGIE OPTIMALE -----
 3150 :
READY.
```

JEUX A DEUX OPPOSANTS
SOMME NULLE, SANS POINT D'EQUILIBRE
(DEUX STRATEGIES)

TYPES DE PROBLEMES

On peut, avec ce modèle, traiter les mêmes problèmes que dans le chapitre précédent. La différence consiste uniquement à considérer ici que l'on n'a plus de point d'équilibre, c'est-à-dire que le maximin de l'un n'est plus le minimax de l'autre (voir chapitre précédent).

C'est à un nouveau type de problème auquel il faut faire face, car dans les jeux sans point d'équilibre, il est important que l'adversaire ne devine pas la stratégie du joueur. S'il la devinait, il pourrait, à chaque phase du jeu, manoeuvrer habilement et s'assurer un gain positif.

Afin de cacher son jeu, le joueur ne devra donc pas jouer une stratégie optimale mais plutôt jouer chaque stratégie avec une fréquence fixée par le modèle.

LE MODELE

Reprenant la matrice des gains définie dans l'introduction aux modèles de décision en état d'opposition, le modèle calcule un couple de fréquence optimal.

Ce dernier permet d'affecter un pourcentage de jeu à chaque stratégie (du joueur ou de l'opposant), représentant la façon dont chaque joueur doit opérer pour assurer un gain optimal.

En utilisant le couple de fréquence optimal, le programme informatique effectue une simulation qui rend compte du comportement optimal du joueur.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

En reprenant l'exemple du jeu de Go du modèle précédent, avec une nouvelle matrice des gains, on détermine une nouvelle valeur du jeu et le couple de fréquences optimal.

Matrice des gains

	E1	E2
S1	1	4
S2	3	2

Résolution

- *Saisie*

```
                    JEU A DEUX JOUEURS

            SOMME NULLE SANS POINT D'EQUILIBRE
                  CAS DE DEUX STRATEGIES



SAISIE DES GAINS LORSQUE LE JOUEUR 1 :

  JOUE LA STRATEGIE 1 ET LE JOUEUR 2 :
    LA STRATEGIE 1 ? 1
    LA STRATEGIE 2 ? 4

  JOUE LA STRATEGIE 2 ET LE JOUEUR 2 :
    LA STRATEGIE 1 ? 3
    LA STRATEGIE 2 ? 2
```

- *Résultats*

```
                    JEU A DEUX JOUEURS

            SOMME NULLE SANS POINT D'EQUILIBRE
                  CAS DE DEUX STRATEGIES



LA VALEUR DU JEU EST : 2.5

CE QUI CORRESPOND AU COUPLE
DE FREQUENCES :
                  ( .25 , .5 )

SIMULATION DU JEU DU JOUEUR 1
               TOUR 1 : S 1
               TOUR 2 : S 2
               TOUR 3 : S 2
               TOUR 4 : S 1
               TOUR 5 : S 2


READY.
```

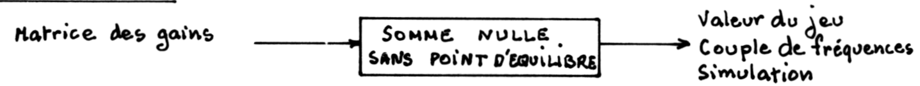
Interprétation

La simulation du jeu du joueur 1 montre comment il doit jouer pour que sa stratégie ne soit pas découverte et que son opposant ne tire pas profit d'une telle information.

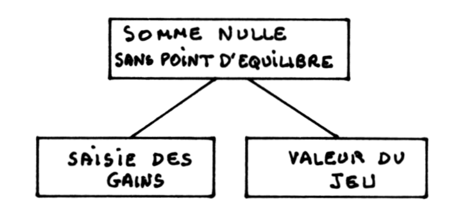
Il est entendu que l'on suppose dans une simulation du type ci-dessus, que le joueur soit confronté à une même phase de jeu plusieurs fois au cours d'une partie. Dans le cas contraire, simuler n'aurait plus de sens puisque sur un coup, l'opposant ne peut évidemment pas deviner quelle stratégie va appliquer le joueur.

LE PROGRAMME

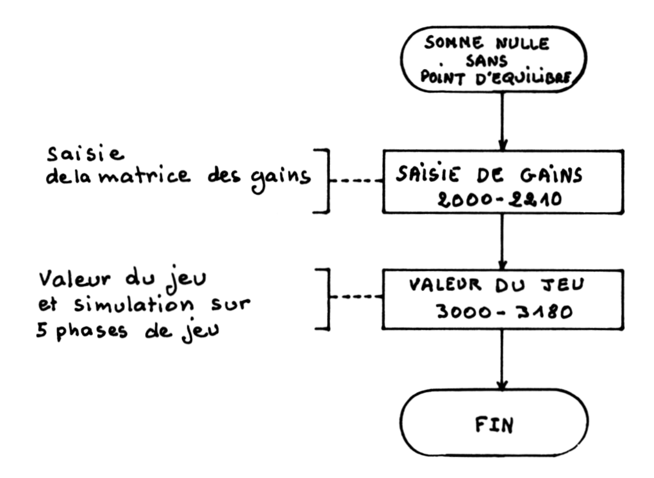
Le traitement



Structure



Organigramme



Particularités

Il est possible d'augmenter le nombre des phases de jeu simulées en changeant la valeur 5 à la ligne 3090 en une valeur supérieure.

Le programme informatique ne peut être utilisé que dans le cas où la différence des sommes des valeurs des diagonales est non nulle.

Si la matrice des gains est $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ on a (3+4)-(5+2)=Ø

et il est donc impossible d'utiliser le programme informatique.

```
100 :GOTO 1000
110 ************************************************************
120 *                                                          *
130 *       SOMME NULLE SANS POINT D'EQUILIBRE                 *
140 *       ----------------------------------                 *
150 *                                                          *
160 * LISTE DES VARIABLES :                                    *
170 * N1S,N2S     : NOMBRE DE STRATEGIES DES JOUEURS           *
180 * G(N1S,N2S)  : TABLEAU DES GAINS                          *
190 * D           : VARIABLE INTERMEDIAIRE                     *
200 * P1,P2       : FREQUENCES DU JEU                          *
210 * V           : VALEUR DU JEU                              *
220 * ALEA        : VARIABLE ALEATOIRE                         *
230 *                                                          *
240 ************************************************************
250 :
260 :
1000 :REM ------------------------------------------------------
1002 :REM ***** SOMME NUL. SANS POINT D'EQUILIBRE *****
1004 :REM ------------------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * SAISIE DES GAINS *
1020 :GOSUB 3000 * VALEUR DU JEU    *
1030 :END:----- SOMME NUL. SANS POINT D'EQUILIBRE -----
1040 :
1050 :
2000 :REM ------------------------------------------------------
2002 :REM *****          SAISIE DES GAINS          *****
2004 :REM ------------------------------------------------------
2010 :PRINT CHR$(147)
2020 :PRINTTAB(11);"JEU A DEUX JOUEURS":PRINT
2030 :PRINTTAB(3);"SOMME NULLE SANS POINT D'EQUILIBRE"
2040 :PRINTTAB(9);"CAS DE DEUX STRATEGIES"
2050 :PRINT:PRINT:PRINT
2060 :N1S=2:N2S=2
2070 :DIM G(N1S,N2S)
2080 :PRINT"SAISIE DES GAINS LORSQUE LE JOUEUR 1 :":PRINT
2090 :FOR I=1 TO N1S
2100 :  PRINT"  JOUE LA STRATEGIE";I;"ET LE JOUEUR 2 :"
2110 :  FOR J=1 TO N2S
2120 :    PRINT"    LA STRATEGIE";J;:INPUT G(I,J)
2130 :  NEXT J
2140 :  PRINT
2150 :NEXT I
2160 :PRINT CHR$(147)
2170 :PRINTTAB(11);"JEU A DEUX JOUEURS":PRINT
2180 :PRINTTAB(3);"SOMME NULLE SANS POINT D'EQUILIBRE"
```

```
2190 :PRINTTAB(9);"CAS DE DEUX STRATEGIES"
2200 :PRINT:PRINT:PRINT
2210 :RETURN:-------------------- SAISIE DES GAINS -----
2220 :
2230 :
3000 :REM -----------------------------------------------
3002 :REM *****          VALEUR DU JEU              *****
3004 :REM -----------------------------------------------
3010 :D=G(1,1)+G(2,2)-G(1,2)-G(2,1)
3020 :P1=(G(2,2)-G(2,1))/D:P2=(G(2,2)-G(1,2))/D
3030 :V=G(2,2)-P1*P2*D
3040 :PRINT"LA VALEUR DU JEU EST :";V:PRINT
3050 :PRINT"CE QUI CORRESPOND AU COUPLE"
3060 :PRINT"DE FREQUENCES :"
3070 :PRINTTAB(15);"(";P1;",";P2;")":PRINT
3080 :PRINT"SIMULATION DU JEU DU JOUEUR 1"
3090 :FOR I=1 TO 5
3110 :  ALEA=RND(5)
3120 :  IF ALEA=0 THEN 3110
3130 :    IF ALEA>P1 THEN 3150
3140 :      PRINTTAB(13);"TOUR";I;": S 1":GOTO 3160
3150 :    PRINTTAB(13);"TOUR";I;": S 2"
3160 :NEXT I
3170 :PRINT
3180 :RETURN:----------------------- VALEUR DU JEU -----
3190 :
READY.
```

CHAPITRE VI

DECISION EN CHEMINS ET ARBRES OPTIMAUX

L'utilisation du modèle de Ford, du modèle des chemins de longueur limitée ou du modèle de Kruskal suppose que le décideur puisse formuler le problème à résoudre sous forme de graphe simple ou encore de graphe valué.

Il pourra alors déterminer, sur le graphe, les chemins de longueur optimale ou encore les arborescences optimales, de façon rapide, éliminant toute analyse combinatoire longue et coûteuse en calculs et en temps.

MODELE DE FORD

TYPES DE PROBLEMES

Ce modèle permet de déterminer de façon explicite, les repères d'un graphe appartenant au chemin de valeur maximale ou minimale d'un graphe valué.

LE MODELE

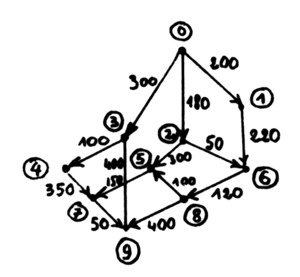
Le modèle de FORD nécessite de nombreux calculs et de nombreux parcours des arcs d'un graphe pour déterminer le chemin de valeur optimale entre un repère origine et un repère arrivée.

Seule, une règle est à observer puisqu'il est nécessaire, pour utiliser le modèle, d'indicer le repère origine par la valeur Ø et le repère arrivée par l'indice le plus élevé.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Un routier a dressé, par expérience, une liste de villes à éviter pour traverser la France du Nord au Sud. Cette liste lui a permis d'établir pour ce trajet, plusieurs itinéraires qu'il a d'ailleurs représentés par un graphe en attribuant à chaque intersection de routes, un numéro de repère.



Les valuations du graphe représentent ici un kilométrage aménagé tenant compte du temps de parcours des arcs.

A partir de ce graphe, où les arcs sont valués par les durées de parcours entre les repères, le problème du routier est maintenant de minimiser le temps nécessaire pour rejoindre la côte méditerranéenne.

Résolution

- *Saisie*

```
                CHEMIN OPTIMAL

VOULEZ-VOUS LE CHEMIN MINIMAL ? OUI

NOMBRE DE REPERES ? 10

NOMBRE D'ARCS ISSUS DU REPERE 0 ? 3
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 1,200
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 2,180
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 3,300
```

```
NOMBRE D'ARCS ISSUS DU REPERE 1 ? 1
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 6,220

NOMBRE D'ARCS ISSUS DU REPERE 2 ? 2
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 5,300
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 6,50

NOMBRE D'ARCS ISSUS DU REPERE 3 ? 2
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 4,100
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 9,400

NOMBRE D'ARCS ISSUS DU REPERE 4 ? 1
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 7,350

NOMBRE D'ARCS ISSUS DU REPERE 5 ? 1
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 7,150

NOMBRE D'ARCS ISSUS DU REPERE 6 ? 1
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 8,120

NOMBRE D'ARCS ISSUS DU REPERE 7 ? 1
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 9,50

NOMBRE D'ARCS ISSUS DU REPERE 8 ? 2
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 5,100
REPERE ARRIVEE,VALUATION ? 9,400
```

- *Résultat*

```
          CHEMIN DE VALEUR MINIMALE

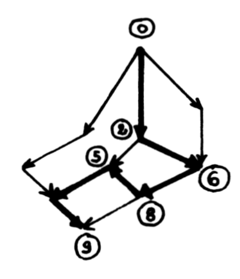

CHEMIN OPTIMAL

<- 0 - 2 - 6 - 8 - 5 - 7 - 9 ->


READY.
```

Interprétation

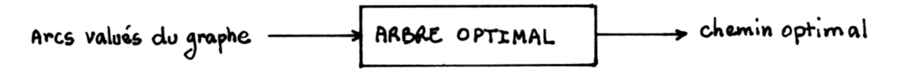
En reconstituant le chemin fixé par le modèle de Ford,



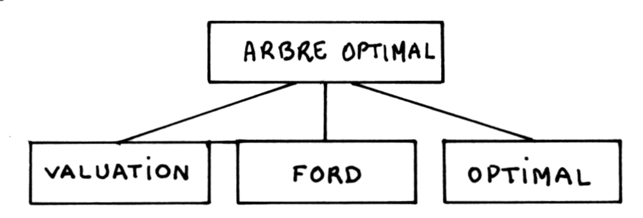
On découvre le trajet à suivre pour traverser la France du Nord au Sud en un minimum de temps selon les estimations de notre routier.

LE PROGRAMME

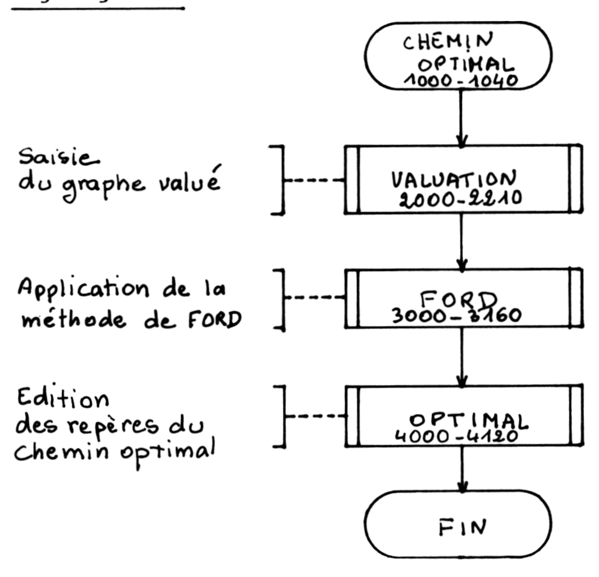
Le traitement



Structure



Organigramme



Particularité

Comme dans d'autres modèles, les valeurs initiales 999999 et -999999 attribuées à la variable L(I) aux lignes 3030 et 3000 sont susceptibles d'être réévaluées le cas échéant. (voir autres modèles).

```
100  :GOTO 1000
110  **************************************************
120  *                                                *
130  *                 MODELE DE FORD                 *
140  *                 --------------                 *
150  *                                                *
160  * LISTE DES VARIABLES :                          *
170  * NR        : NOMBRE DE REPERES                  *
180  * V(NR,NR): VALUATION DE L'ARC                   *
190  * L(NR*2)  : UTILISEE POUR DETERMINER LE CHEMIN  *
200  * O(NR*2)  : CHEMIN OPTIMAL                      *
210  * RI        : NOMBRE D'ARCS ISSUS D'UN CHEMIN    *
220  * RA        : INDICE DU REPERE D'ARRIVEE         *
230  * R$        : CHEMIN MAXIMAL OU MINIMAL          *
240  * V         : VALEUR DE L'ARC                    *
250  *                                                *
260  **************************************************
270  :
280  :
1000  :REM ---------------------------------------------
1002  :REM *****          CHEMIN OPTIMAL          *****
1004  :REM ---------------------------------------------
1010  :GOSUB 2000 * VALUATION *
1020  :GOSUB 3000 * FORD      *
1030  :GOSUB 4000 * OPTIMAL   *
1040  :END:------------------------ CHEMIN OPTIMAL -----
1050  :
1060  :
2000  :REM ---------------------------------------------
2002  :REM *****             VALUATION            *****
2004  :REM ---------------------------------------------
2010  :PRINT CHR$(147)
2020  :PRINTTAB(12);"CHEMIN OPTIMAL"
2030  :PRINT:PRINT:PRINT
2040  :INPUT"VOULEZ-VOUS LE CHEMIN MINIMAL ";R$:PRINT
2050  :R$=MID$(R$,1,1)
2060  :INPUT"NOMBRE DE REPERES ";NR:PRINT
2070  :DIM V(NR,NR),L(NR),O(NR*2)
2080  :FOR I=0 TO NR-2
2090  :  PRINT"NOMBRE D'ARCS ISSUS DU REPERE";I;:INPUT RI
2100  :  FOR J=1 TO RI
2110  :    INPUT"REPERE ARRIVEE,VALUATION ";RA,V:V(I,RA)=V
2120  :  NEXT J
2130  :PRINT
2140  :NEXT I
2150  :PRINT CHR$(147)
```

```
2160 :IF R$="O" THEN 2190
2170 :  PRINTTAB(7);"CHEMIN DE VALEUR MAXIMALE"
2180 :  GOTO 2200
2190 :PRINTTAB(7);"CHEMIN DE VALEUR MINIMALE"
2200 :PRINT:PRINT:PRINT
2210 :RETURN:-------------------------- VALUATION -----
2220 :
2230 :
3000 :REM ----------------------------------------------
3002 :REM *****              FORD               *****
3004 :REM ----------------------------------------------
3010 :L(0)=0
3020 :FOR I=1 TO NR-1
3030 :  IF R$="O" THEN L(I)=999999:GOTO 3050
3040 :    L(I)=-999999
3050 :NEXT I
3060 :I=0
3070 :J=1
3080 :IF V(I,J)=0 THEN 3140
3090 :  IF R$="O" AND (L(J)-L(I))<=V(I,J) THEN 3140
3100 :  IF R$="N" AND (L(J)-L(I))>=V(I,J) THEN 3140
3110 :    L(J)=L(I)+V(I,J)
3120 :    IF I<J THEN 3140
3130 :      I=J:GOTO 3070
3140 :J=J+1:IF J<>NR THEN 3080
3150 :I=I+1:IF I<>NR THEN 3070
3160 :RETURN:------------------------------- FORD -----
3170 :
3180 :
4000 :REM ----------------------------------------------
4002 :REM *****              OPTIMAL            *****
4004 :REM ----------------------------------------------
4010 :I=NR-1:O(I)=NR-1
4020 :FOR O=NR-1 TO 0 STEP -1
4030 :  IF L(O(I))-L(O)<>V(O,O(I)) OR O=O(I) THEN 4050
4040 :    I=I-1:O(I)=O:O=0
4050 :NEXT O
4060 :IF O(I)<>0 THEN 4020
4070 :PRINT"CHEMIN OPTIMAL":PRINT:PRINT"<-";
4080 :FOR J=I TO NR-1
4090 :  PRINT O(J);"-";
4100 :NEXT J
4110 :PRINT">":PRINT:PRINT
4120 :RETURN:---------------------------- OPTIMAL -----
4130 :
READY.
```

CHEMINS DE LONGUEUR LIMITEE

TYPES DE PROBLEMES

Ce modèle basé sur la théorie des graphes, permet la recherche des chemins de longueur égale à une limite fixée par l'utilisateur, à partir de la donnée d'un graphe de la situation à évaluer.

LE MODELE

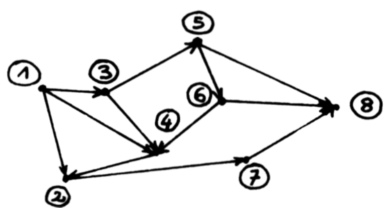
La recherche des chemins de longueur limitée donne au preneur de décision la possibilité de déterminer les parcours d'une valeur donnée, par la connaissance des couples de repères entre lesquels il existe de tels chemins ; ceci à partir d'un graphe orienté, c'est-à-dire présentant la particularité qu'entre deux repères quelconques, s'il est possible d'aller dans un sens, il n'est pas toujours possible de revenir, sans passer par, au moins, un repère intermédiaire.

Le modèle présenté ici, déterminera aussi le nombre de chemins de longueur limite existant entre deux repères lorsque ceux-ci sont supérieurs à une unité.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Un randonneur a décidé cette année de faire une marche dans les Alpes et il a, pour cela, déterminé un ensemble de trajets qu'il aimerait emprunter. Ces trajets constituent un graphe dont les arcs représentent une heure de marche.



Alors, afin de déterminer son itinéraire, il est amené à chercher les chemins durant 5 heures de marche. C'est aussi ce que nous allons faire ci-après.

Résolution

- *Saisie*

```
RECHERCHE DES CHEMINS DE LONGUEUR
      EGALE A UNE LIMITE

SAISIE DES CHEMINS ELEMENTAIRES

NOMBRE DE REPERES ? 8

NOMBRE D'ARCS A SAISIR ? 12

ORIGINE,DESTINATION ? 1,2
ORIGINE,DESTINATION ? 1,3
ORIGINE,DESTINATION ? 1,4
ORIGINE,DESTINATION ? 2,7
ORIGINE,DESTINATION ? 3,4
ORIGINE,DESTINATION ? 3,5
ORIGINE,DESTINATION ? 4,2
ORIGINE,DESTINATION ? 5,6
ORIGINE,DESTINATION ? 5,8
ORIGINE,DESTINATION ? 6,4
ORIGINE,DESTINATION ? 6,8
ORIGINE,DESTINATION ? 7,8


LONGUEUR LIMITE ? 5
```

- *Résultats*

```
          CHEMINS DE LONGUEUR 5


  ORIGINE 1 DESTINATION 2 NBRE: 1
  ORIGINE 1 DESTINATION 8 NBRE: 1
  ORIGINE 3 DESTINATION 7 NBRE: 1
  ORIGINE 5 DESTINATION 8 NBRE: 1

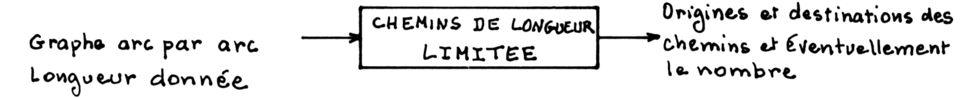

READY.
```

Interprétation

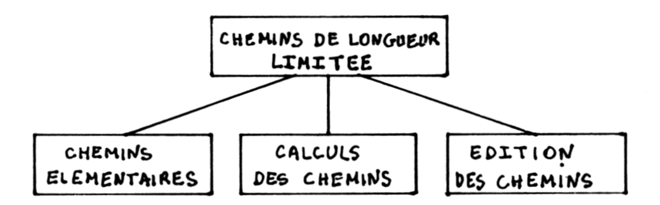
Les chemins de durée égale à cinq heures sont donc au nombre de 5 et ils laissent un choix très ouvert au randonneur qui peut indifféremment partir des repères 1, 3 ou 5.

LE PROGRAMME

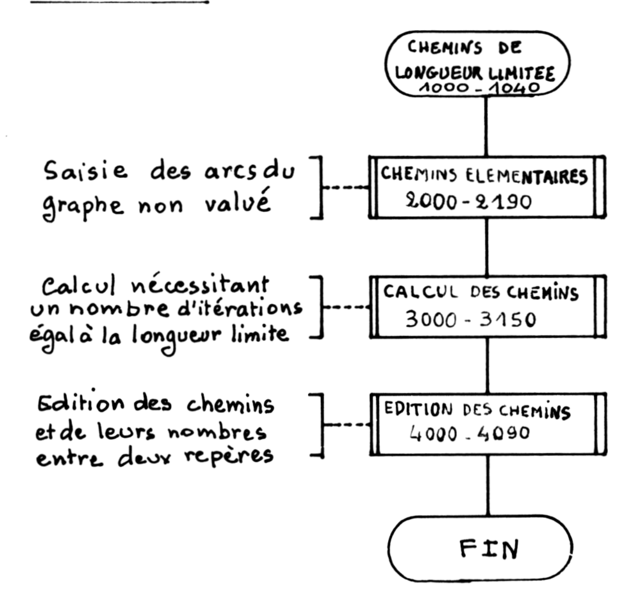
Le traitement



Structure



Organigramme



Particularité

Le programme ne permet actuellement d'obtenir qu'un résultat par saisie, or il serait intéressant de pouvoir modifier la variable LL (longueur limite) afin d'obtenir d'autres chemins.

Pour cela, il suffit de saisir le graphe initial dans deux matrices : l'une servant ainsi de mémoire et l'autre de matrice de travail (M (3,NR,NR) pour le moment).

Ensuite, en modifiant le module de commande (CHEMINS DE LONGUEUR DONNEE) on peut faire un INPUT sur une nouvelle valeur de LL et créer ainsi une boucle.

```
100 :GOTO 1000
110 ***********************************************************
120 *                                                         *
130 *           CHEMINS DE LONGUEUR LIMITEE                   *
140 *           ---------------------------                   *
150 *                                                         *
160 * LISTE DES VARIABLES :                                   *
170 * NA          : NOMBRE D'ARCS                             *
180 * NR          : NOMBRE DE REPERES                         *
190 * M(3,NR,NR): MATRICE ASSOCIEE AU GRAPHE                  *
200 * O,D         : ORIGINE,DESTINATION                       *
210 * LL          : LONGUEUR LIMITE                           *
220 *                                                         *
230 ***********************************************************
240 :
250 :
1000 :REM ------------------------------------------------------
1002 :REM *****     CHEMINS DE LONGUEUR LIMITEE     *****
1004 :REM ------------------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * CHEMINS ELEMENTAIRES *
1020 :GOSUB 3000 * CALCUL DES CHEMINS   *
1030 :GOSUB 4000 * EDITION DES CHEMINS  *
1040 :END:------------- CHEMIN DE LONGUEUR LIMITEE ------
1050 :
1060 :
2000 :REM ------------------------------------------------------
2002 :REM *****        CHEMINS ELEMENTAIRES         *****
2004 :REM ------------------------------------------------------
2010 :PRINT CHR$(147)
2020 :PRINTTAB(3);"RECHERCHE DES CHEMINS DE LONGUEUR"
2030 :PRINTTAB(10);"EGALE A UNE LIMITE"
2040 :PRINT:PRINT:PRINT
2050 :PRINT"SAISIE DES CHEMINS ELEMENTAIRES":PRINT
2060 :INPUT"NOMBRE DE REPERES ";NR:PRINT
2070 :INPUT"NOMBRE D'ARCS A SAISIR ";NA:PRINT
2080 :DIM M(3,NR,NR)
2090 :FOR I=1 TO NA
2100 :  INPUT"ORIGINE,DESTINATION ";O,D
2110 :  IF O>NR OR O<1 OR D>NR OR D<1 THEN 2100
2120 :  M(1,O,D)=1:M(2,O,D)=1
2130 :NEXT I
2140 :PRINT:PRINT
2150 :INPUT"LONGUEUR LIMITE ";LL
2160 :PRINT CHR$(147)
2170 :PRINTTAB(10);"CHEMINS DE LONGUEUR";LL
2180 :PRINT:PRINT:PRINT
```

```
2190 :RETURN:---------------- CHEMINS ELEMENTAIRES -----
2200 :
2210 :
3000 :REM ---------------------------------------------------
3002 :REM *****        CALCUL DES CHEMINS           *****
3004 :REM ---------------------------------------------------
3010 :FOR L=1 TO LL-1
3020 :  FOR I=1 TO NR
3030 :    FOR J=1 TO NR
3040 :      FOR N=1 TO NR
3050 :        M(3,I,J)=M(3,I,J)+M(1,I,N)*M(2,N,J)
3060 :      NEXT N
3070 :    NEXT J
3080 :  NEXT I
3090 :  FOR I=1 TO NR
3100 :    FOR J=1 TO NR
3110 :      M(1,I,J)=M(3,I,J):M(3,I,J)=0
3120 :    NEXT J
3130 :  NEXT I
3140 :NEXT L
3150 :RETURN:------------------ CALCUL DES CHEMINS -----
3160 :
3170 :
4000 :REM ---------------------------------------------------
4002 :REM *****        EDITION DES CHEMINS          *****
4004 :REM ---------------------------------------------------
4010 :FOR I=1 TO NR
4020 :  FOR J=1 TO NR
4030 :    IF M(1,I,J)=0 THEN 4060
4040 :      PRINT"   ORIGINE";I;"DESTINATION";J;
4050 :      PRINT"NBRE:";M(1,I,J)
4060 :  NEXT J
4070 :NEXT I
4080 :PRINT:PRINT
4090 :RETURN:---------------- EDITION DES CHEMINS -----
4100 :
READY.
```

MODELE DE KRUSKAL

TYPES DE PROBLEMES

Le modèle de KRUSKAL a pour but de déterminer l'arbre de valeur minimale contenu dans un graphe.

Tous les problèmes pouvant être formulés par la représentation d'un graphe et dont la résolution consiste à relier les repères entre-eux, de telle sorte que le coût global de liaison soit minimal, pourront donc faire l'objet de ce modèle.

LE MODELE

Définitions

Arborescense : on parle aussi d'arbre. C'est un graphe n'ayant aucun cycle.

Cycle : c'est un chemin non orienté qui permet de partir d'un repère et d'y revenir.

Remarque : ajouter un arc à une arborescence, sans ajouter de repère, revient à construire un cycle. On n'a plus d'arbre.

Arborescence minimale

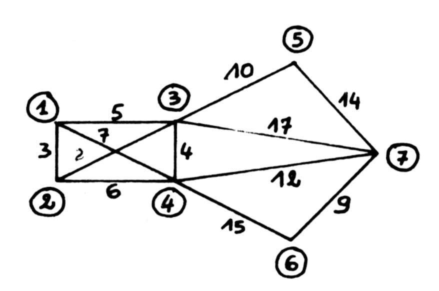
Pour construire l'arbre de valeur totale minimale, le modèle de Kruskal considère les arcs du graphe par ordre de valuation croissante en ne conservant dans l'arborescence que les arcs ne formant pas de cycle.

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Un entrepreneur de travaux publics est chargé de réaliser l'installation électrique d'un immeuble. Il dispose pour ses prévisions de fil utile, d'un appartement témoin. Son problème est de déterminer la façon dont il faut relier les embranchements du réseau électrique, afin de minimiser la longueur de fil employé pour chaque appartement.

Pour déterminer les liaisons à établir, et la longueur de fil minimum nécessaire, à l'aide du modèle de Kruskal, prenons le réseau des branchements possibles.



Résolution

- *Saisie*

```
                    MODELE DE KRUSKAL

               ARBRE DE VALEUR OPTIMALE


VOULEZ-VOUS L'ARBRE MINIMAL ? OUI

NOMBRE D'ARCS ? 12

DEPART,ARRIVEE,VALEUR ? 1,2,3
DEPART,ARRIVEE,VALEUR ? 1,3,5
DEPART,ARRIVEE,VALEUR ? 1,4,7
DEPART,ARRIVEE,VALEUR ? 2,3,8
DEPART,ARRIVEE,VALEUR ? 2,4,6
DEPART,ARRIVEE,VALEUR ? 3,4,4
DEPART,ARRIVEE,VALEUR ? 3,5,10
DEPART,ARRIVEE,VALEUR ? 3,7,17
DEPART,ARRIVEE,VALEUR ? 4,6,15
DEPART,ARRIVEE,VALEUR ? 4,7,12
DEPART,ARRIVEE,VALEUR ? 5,7,14
DEPART,ARRIVEE,VALEUR ? 6,7,9
```

- *Résultats*

```
                    MODELE DE KRUSKAL

               ARBRE DE VALEUR MINIMALE


ARCS DE L'ARBORESCENCE MINIMALE

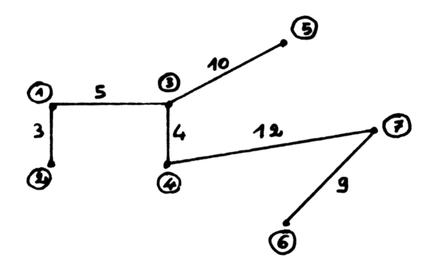
  ARC 1 VERS 2 DE VALEUR 3
  ARC 3 VERS 4 DE VALEUR 4
  ARC 1 VERS 3 DE VALEUR 5
  ARC 6 VERS 7 DE VALEUR 9
  ARC 3 VERS 5 DE VALEUR 10
  ARC 4 VERS 7 DE VALEUR 12

  VALEUR DE L'ARBRE: 43

READY.
```

Interprétation

L'arborescence obtenue est :



Cet arbre représente donc les branchements à établir si l'on souhaite que chaque appartement soit équipé avec une longueur de fils minimum de 43 m.

On peut aussi calculer l'arborescence maximale suivante :

```
                    MODELE DE KRUSKAL

                ARBRE DE VALEUR MAXIMALE

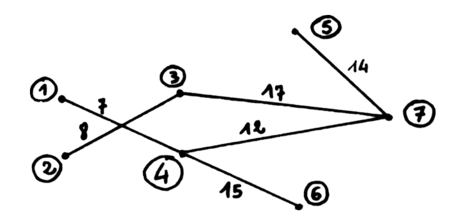

        ARCS DE L'ARBORESCENCE MAXIMALE

          ARC 3 VERS 7 QE VALEUR 17
          ARC 4 VERS 6 DE VALEUR 15
          ARC 5 VERS 7 DE VALEUR 14
          ARC 4 VERS 7 DE VALEUR 12
          ARC 2 VERS 3 DE VALEUR 8
          ARC 1 VERS 4 DE VALEUR 7

          VALEUR DE L'ARBRE: 73

        READY.
```

Le renseignement fourni par le modèle de Kruskal est très important car la longueur de l'arborescence maximale est de 73 m comme le montre l'arbre ci-après.



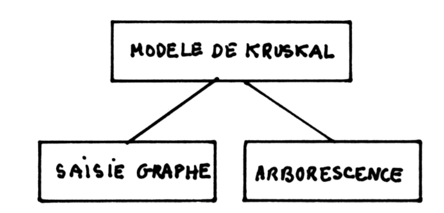
Cela signifie donc que dans le cas le plus défavorable, l'entrepreneur pourrait avoir une utilisation de 30 m de fil absolument inutile et donc occasionner une perte importante.

LE ***PROGRAMME***

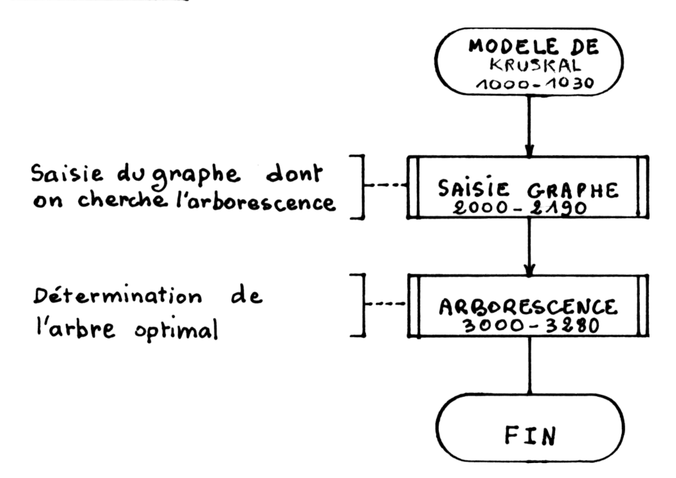
Le traitement



Structure du programme



Organigramme



```
100  :GOTO 1000
110 ***************************************************
120 *                                                 *
130 *                  MODELE DE KRUSKAL              *
140 *                  -----------------              *
150 *                                                 *
160 * LISTE DES VARIABLES :                           *
170 * NA        : NOMBRE TOTAL D'ARCS                 *
180 * ARBRE(NA) : ARCS DE L'ARBORESCENCE              *
190 * D(NA)     : TABLEAU DES REPERES DEPART          *
200 * V(NA)     : VALUATION DE L'ARC                  *
210 * A(NA)     : TABLEAU DES REPERES ARRIVEE         *
220 * FARC(NA)  : DRAPEAU DE VALIDATION DE L'ARC      *
230 * V         : VALEUR TOTALE DE L'ARBORESCENCE     *
240 *                                                 *
250 ***************************************************
260 :
270 :
1000 :REM -------------------------------------------------
1002 :REM *****          MODELE DE KRUSKAL            *****
1004 :REM -------------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * SAISIE GRAPHE *
1020 :GOSUB 3000 * ARBORESCENCE  *
1030 :END:-------------------- MODELE DE KRUSKAL -----
1040 :
1050 :
2000 :REM -------------------------------------------------
2002 :REM *****             SAISIE GRAPHE             *****
2004 :REM -------------------------------------------------
2010 :PRINT CHR$(147)
2020 :PRINTTAB(12);"MODELE DE KRUSKAL":PRINT
2030 :PRINTTAB(8);"ARBRE DE VALEUR OPTIMALE"
2040 :PRINT:PRINT:PRINT
2050 :INPUT"VOULEZ-VOUS L'ARBRE MINIMAL ";R$:PRINT
2060 :R$=MID$(R$,1,1)
2070 :INPUT"NOMBRE D'ARCS ";NA:PRINT
2080 :DIM ARBRE(NA),D(NA),A(NA),V(NA),FARC(NA)
2090 :FOR I=1 TO NA
2100 :  INPUT"DEPART,ARRIVEE,VALEUR ";D(I),A(I),V(I)
2110 :NEXT I
2120 :PRINT CHR$(147)
2130 :PRINTTAB(11);"MODELE DE KRUSKAL":PRINT
2140 :IF R$="N" THEN 2170
2150 :  PRINTTAB(7);"ARBRE DE VALEUR MINIMALE"
2160 :  GOTO 2180
2170 :PRINTTAB(7);"ARBRE DE VALEUR MAXIMALE"
```

```
2180 :PRINT:PRINT:PRINT
2190 :RETURN:------------------------------- SAISIE GRAPHE ------
2200 :
2210 :
3000 :REM ------------------------------------------------------------
3002 :REM *****                ARBORESCENCE                    *****
3004 :REM ------------------------------------------------------------
3010 :IF R$="O" THEN PRINT"ARCS DE L'ARBORESCENCE
     :MINIMALE":PRINT
3020 :IF R$="N" THEN PRINT"ARCS DE L'ARBORESCENCE
     :MAXIMALE":PRINT
3030 :FOR I=1 TO NA
3040 :  MAX=999999:IF R$="N" THEN MAX=-999999
3050 :  FOR J=1 TO NA
3060 :    IF FARC(J)=1 THEN 3120
3070 :      IF ARBRE(A(J))=ARBRE(D(J)) AND ARBRE(A(J))<>0
     :        THEN 3120
3080 :        IF R$="N" THEN 3110
3090 :          IF V(J)<MAX THEN R=J:MAX=V(J)
3100 :          GOTO 3120
3110 :        IF V(J)>MAX THEN R=J:MAX=V(J)
3120 :  NEXT J
3130 :  IF ARBRE(A(R))<>0 OR ARBRE(D(R))<>0 THEN 3150
3140 :    K=K+1:ARBRE(A(R))=K:ARBRE(D(R))=K:GOTO 3230
3150 :  IF ARBRE(A(R))=0 OR ARBRE(D(R))<>0 THEN 3170
3160 :    ARBRE(D(R))=ARBRE(A(R)):GOTO 3230
3170 :  IF ARBRE(A(R))<>0 OR ARBRE(D(R))=0 THEN 3190
3180 :    ARBRE(A(R))=ARBRE(D(R)):GOTO 3230
3190 :  F=ARBRE(A(R))
3200 :  FOR J=1 TO NA
3210 :    IF ARBRE(J)=F THEN ARBRE(J)=ARBRE(D(R))
3220 :  NEXT J
3230 :  IF FARC(R)=1 THEN 3260
3240 :    PRINT"  ARC";D(R);"VERS";A(R);"DE VALEUR";V(R)
3250 :    VT=VT+V(R):FARC(R)=1
3260 :NEXT I
3270 :PRINT:PRINT"  VALEUR DE L'ARBRE:";VT
3280 :RETURN:----------------------------- ARBORESCENCE -----
3290 :
READY.
```

ANNEXES

I - LOI NORMALE

II - DIRECT COSTING

III - THEORIE DE L'UTILITE

ANNEXE I

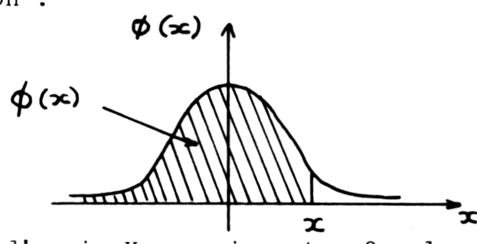
LOI NORMALE

UTILISATION

Utilisée dans les modèles loi normale et information parfaite et loi normale et information imparfaite, la loi normale de distribution (terminologie des statistiques) permet d'introduire la notion de probabilité continue. Le lecteur intéressé par plus de détails se reportera à d'autres publications car nous nous contenterons ici de voir le programme permettant le calcul des valeurs de la fonction de répartition de la loi normale dont l'expression est :

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}X^2} \, dX$$

et la représentation :



La probabilité P d'avoir X compris entre 2 valeurs X_1 et X_2

avec $t_1 = \frac{X_1 - \overline{X}}{\sigma_x}$ et $t_2 = \frac{X_1 - \overline{X}}{\sigma_x}$ (écarts réduits)

où $\overline{X}$ est la moyenne de X_1 et X_2

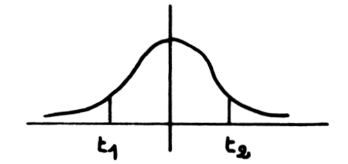
et σ_x est l'écart type associé à $\overline{X} = \sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2}{n}$

est selon les cas :

- si $t_1 \le t_2$

  alors $P = \phi(t_1) - \phi(t_2)$

- si $t_1 \le 0$ et $t_1 = -t_2$



  alors $P = \phi(t_1) - (1 - \phi(t_1))$

EXEMPLE D'UTILISATION

Enoncé

Une entreprise d'horlogerie fabrique des pièces dont la taille a été fixée à 5 mm avec une tolérance de 0,1 mm. Les études de production ont montré qu'en moyenne, les pièces avaient effectivement une taille moyenne de 5 mm, avec un écart type associé de 0,08.

Il paraît alors intéressant, au chef d'entreprise, de calculer la probabilité de produire des pièces, de taille convenant à la tolérance.

Résolution

Avant de calculer les valeurs de la distribution normale recherchées, établissons les écarts réduits.

On a $t_1 = \frac{4,9-5}{0,08}$ et $t_2 = \frac{5,1-5}{0,08}$

d'où $t_1 = -1,25$ et $t_2 = 1,25$

Puisque $t_1 = -t_2$, on n'utilisera qu'une fois le programme pour calculer Ø(1,25).

- *Saisie*

```
                LOI NORMALE


SAISIE DE L'ECART REDUIT :

  -> T ? 1.25
```

- *Résultat*

```
                LOI NORMALE


VALEUR DE LA LOI NORMALE POUR :

                T = 1.25


      PROBABILITE = .893584638

READY.
```

Interprétation

On a donc Ø(1,25) = 0,894

La probabilité de produire des pièces de taille convenant à la tolérance est donc :

$$P = Ø(t_1)-(1-Ø(t_1))$$

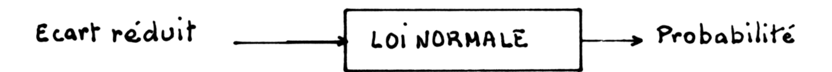
soit $P = 0,894-(1-0,894)$

d'où $P = 0,788$

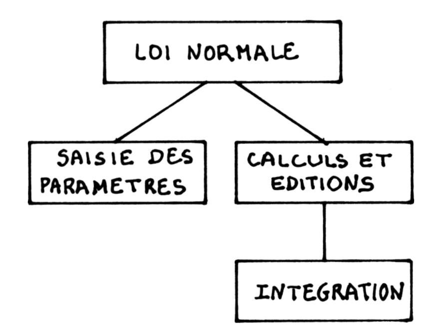
L'entreprise d'horlogerie fabrique donc environ 80 % de pièces convenant aux contraintes de production.

LE PROGRAMME

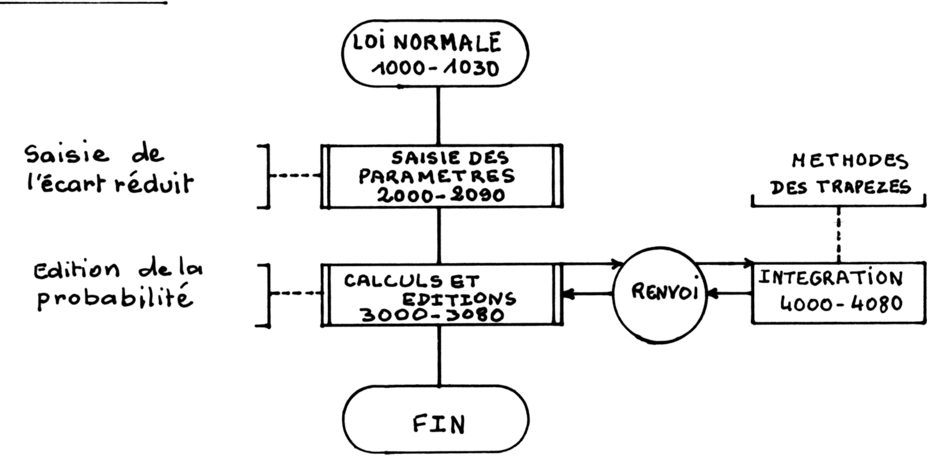
Le traitement



Structure



Organigramme



Particularité

Il est possible de réduire le temps de calcul du programme en donnant à la variable N, à la ligne 4030, une valeur plus petite. Cependant, cette réduction se fera au dépend de la précision du calcul.

```
100  :GOTO1000
110  ***************************************************************
120  *                                                             *
130  *                     LOI NORMALE                             *
140  *                     -----------                             *
150  *                                                             *
160  * LISTE DES VARIABLES :                                       *
170  * T        : ECART REDUIT                                     *
180  * A,B      : BORNES D'INTEGRATION                             *
190  * P        : PROBABILITE CALCULEE                             *
200  * X        : VARIABLE DE FNA                                  *
210  * C        : CTE MULTIPLICATIVE DE L'INTEGRALE                *
220  * N        : NOMBRE D'INTERVALLES D'INTEGRATION               *
230  * BASN     : INTERVALLE ELEMENTAIRE D'INTEGRATION             *
240  *                                                             *
250  ***************************************************************
260  :
270  :
1000 :REM -------------------------------------------------------------
1002 :REM *****              LOI NORMALE                         *****
1004 :REM -------------------------------------------------------------
1010 :GOSUB 2000 * SAISIE DES PARAMETRES *
1020 :GOSUB 3000 * CALCULS ET EDITIONS   *
1030 :END:---------------------------------------- LOI NORMALE -----
1040 :
1050 :
2000 :REM -------------------------------------------------------------
2002 :REM *****         SAISIE DES PARAMETRES                    *****
2004 :REM -------------------------------------------------------------
2010 :PRINT CHR$(147)
2020 :PRINTTAB(13);"LOI NORMALE"
2030 :PRINT:PRINT:PRINT
2040 :PRINT"SAISIE DE L'ECART REDUIT :":PRINT
2050 :INPUT"  -> T ";T:PRINT
2060 :PRINT CHR$(147)
2070 :PRINTTAB(13);"LOI NORMALE"
2080 :PRINT:PRINT:PRINT
2090 :RETURN:---------------- SAISIE DES PARAMETRES -----
2100 :
2110 :
3000 :REM -------------------------------------------------------------
3002 :REM *****         CALCULS ET EDITIONS                      *****
3004 :REM -------------------------------------------------------------
3010 :A=-99:B=T
3020 :GOSUB 4000 * INTEGRATION *:P=S
3030 :PRINT"VALEUR DE LA LOI NORMALE POUR :":PRINT
```

```
 3040 :PRINTTAB(15);"T =";T:PRINT
 3050 :PRINT:PRINT
 3060 :PRINTTAB(6);"PROBABILITE =";P
 3070 :PRINT:PRINT
 3080 :RETURN:---------------- CALCULS ET EDITIONS -----
 3090 :
 3100 :
 4000 :REM ---------------------------------------------------
 4002 :REM *****              INTEGRATION              *****
 4004 :REM ---------------------------------------------------
 4010 :DEF FNA(X)=C*EXP(-(X↑2)/2)
 4020 :C=1/SQR(2*π)
 4030 :N=500:BASN=(B-A)/N
 4040 :FOR I=1 TO N-1
 4050 :  S=S+FNA(A+I*BASN)
 4060 :NEXT I
 4070 :S=BASN*(S+(FNA(A)+FNA(B))/2)
 4080 :RETURN:------------------------- INTEGRATION -----
 4090 :
READY.
```

ANNEXE II

DIRECT COSTING

LE MODELE

Le modèle de gestion du DIRECT COSTING permet, à partir de l'analyse des coûts, de déterminer le seuil de rentabilité d'un produit.

Ce seuil, encore appelé volume de profit nul ou point mort, représente le volume ou la quantité de produits à vendre, de façon à ce que le profit équilibre les dépenses de production sans qu'un bénéfice ne soit réalisé.

L'analyse des coûts est faite en deux temps :

- On évalue d'abord les coûts fixes que l'on considère comme indépendants du volume de production et qui englobent par exemple le loyer des bâtiments de l'usine.

- On évalue ensuite les coûts variables qui sont proportionnels au volume de production. Il s'agit par exemple du coût en électricité d'une machine qui fonctionnerait un temps directement proportionnel à la quantité de produit manufacturée.

VARIABLES PRINCIPALES

Afin de déterminer le seuil de rentabilité, le modèle du Direct Costing utilise un certain nombre de variables dont nous allons voir les principales :

- Contribution unitaire : C'est la différence entre le prix de vente unitaire (PVU) et les coûts variables unitaires du produit (CVU).
  Si l'on appelle la contribution unitaire : CtU on a :

$$CtU = PVU - CVU$$

- Seuil de rentabilité : C'est le rapport entre les frais fixes (FF) et la contribution unitaire du produit (CtU).
  Si l'on appelle le seuil de rentabilité : SR, on a :

$$SR = \frac{FF}{CtU}$$

En fixant un volume 'V' de production, on peut aussi définir les variables importantes suivantes :

- La recette : C'est le produit du prix de vente unitaire (PVU) par le niveau de vente (V).
  Si l'on appelle la recette R, on a :

$$R = PVU \, . \, V$$

- Le coût total : C'est la somme des frais fixes (FF) et du produit des coûts variables unitaires (CVU) par le volume des ventes (V).
  Si l'on appelle le coût total CT, on a :

$$CT = FF + CVU \, . \, V$$

- Le profit : C'est la différence entre le coût total (CT) et les frais fixes.
  Si l'on appelle le profit P, on a :

$$P = CT - FF$$

Ces variables permettent l'analyse de la production d'un produit par la détermination du volume de profit, (ou perte) nul. On peut en effet constater que pour un volume de vente supérieur au seuil de rentabilité, le profit est positif, d'où l'intérêt du modèle.

ANNEXE III

THEORIE DE L'UTILITE

CRITERE D'UTILITE

Lors d'une prise de décision, le décideur cherche à maximiser le gain espéré lorsqu'il utilise un modèle pratique de décision de la recherche opérationnelle. Pourtant, dans la réalité, la décision retenue n'est pas toujours celle qui est déterminée automatiquement. La raison principale de cette différence est que l'utilité de l'argent ne correspond pas à son montant. Pour expliquer ce phénomène, considérons un exemple :

Soit deux chapeaux A et B.

- Dans le chapeau A se trouvent une feuille de papier blanc et un billet de 500 F ;
- Dans le chapeau B se trouve un chèque de 250 F.

Demandons maintenant au décideur de choisir l'un des chapeaux puis d'y effectuer un tirage.

Le but du décideur sera de maximiser le gain du tirage et pour cela, deux solutions de présentent :

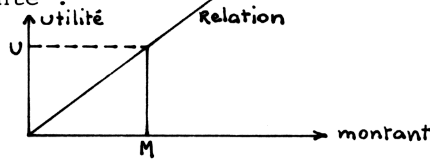
- choisir le chapeau A et obtenir un gain espéré de 500 x 0,5 = 250 F (probabilité 0,5)
- choisir le chapeau B et obtenir un gain espéré de 250 F (on dirait ici, avec certitude).

Un modèle de recherche opérationnelle ne peut être d'aucune utilité dans un tel cas, puisque les gains espérés sont identiques et le décideur devra faire appel à un autre critère de décision : l'utilité.

En terme d'utilité, si le décideur choisit le chapeau B, on dira que l'utilité du chapeau B est supérieure à celle du chapeau A.

COURBE D'UTILITE

L'intérêt d'un critère d'utilité est la prise de décision systématisée. On définit alors une courbe d'utilité, relative à chaque décideur, qui permet d'établir une relation de proportionnalité entre un montant et son utilité dont la représentation est la suivante :



Cette relation permet alors au décideur de modérer son jugement en tenant compte de l'utilité du montant mis en jeu. Elle permet aussi d'expliquer en général la différence entre un modèle et la réalité.

Achevé d'imprimer en février 1982
sur les presses de l'imprimerie Laballery et Cie
58500 Clamecy
Dépôt légal : février 1982

n° d'impression : 20375
N° d'édition : 86595-34-1
ISBN : 2-86595-034-4



JEAN-PIERRE
BLANGER

TOME 1

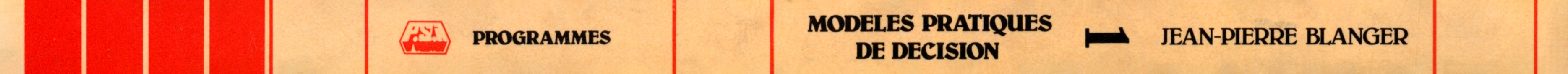
MODELES PRATIQUES DE DECISION

Décider ! Savez-vous décider ?
Pensez un instant aux décisions importantes que vous avez prises, n'ont-elles pas considérablement orienté votre vie ?
N'avez-vous pas souvent décidé sur un « coup de tête » ?
Comment ne pas décider à la légère ?
Ces questions doivent trouver une réponse dans cet ouvrage qui vise l'automatisation du processus de la prise de décision. On y trouve des techniques qui font l'objet d'un exposé, d'un exemple et d'un programme structuré qui doivent permettre au lecteur une rapide maîtrise des modèles présentés et leur intégration à de nombreuses applications (simulation, gestion, organisation, intelligence artificielle...)

Editions du P.S.I.
Boîte Postale 86
F-77400 Lagny/Marne

ISBN 2-86595-034-4 — Imprimé en France

Couverture Graphic And Co


PSI
PROGRAMMES
MODELES PRATIQUES
DE DECISION
1
JEAN-PIERRE BLANGER